Тур_3 - 3-4 классы - решения

1. Число является палиндромом, если оно читается одинаково слева направо и справа налево. Например, 111, 2332, 45654 - это числа-палиндромы. Сегодняшнюю дату 15.03.2026 можно записать как 15032026 - это не палиндром. Какая ближайшая дата в календаре будет палиндромом?

Замечание: В ответе укажите дату в формате ДД.ММ.ГГГГ.

Ответ: 03.02.2030. (В 2026, 2027, 2028 и 2029 годах дат-палиндромов не будет, так как число не может начинаться на 6, 7, 8, 9. А вот в 2030 году будет дата-палиндром. Запишем цифры 2030 в обратном порядке и получим дату 03.02.2030 - это ближайшая дата-палиндром.)

2. У МатеМаши есть 7 карточек с буквами Б, А, Р, А, Б, А, Н. МатеМаша хочет написать на обратной стороне каждой карточки цифру, причём на карточках с одинаковыми буквами - одинаковые цифры, а на карточках с разными буквами - разные. Какое наименьшее 7-значное число может получиться у МатеМаши, если она выложит все карточки в ряд цифрами вверх в каком-то порядке?
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 1000123. (Буква А встречается 3 раза, буква Б 2 раза, остальные по одному. Напишем на обратной стороне буквы А цифру 0, на обратной стороне Б - цифру 1, а на обратных сторонах Р и Н - 2 и 3. Затем составим число 1000123. Покажем, что получилось наименьшее возможное число. На первом месте цифру меньше чем 1 сделать нельзя, иначе число не 7-значное. Дальше идут три нуля - меньше чем 0 цифр нет. Дальше стоит 1 - цифру меньше 1 не сделать, потому что меньше 1 только 0, а нулей больше 3-х не сделать, то есть тогда нужно забрать этот 0 с предыдущих позиций и увеличить цифру в более старшем разряде. Дальше идут цифры 2 и 3 - их тоже не уменьшить - цифр 1 и 0 больше не осталось. Значит, наименьшее число 1000123.)

3. В кошельке лежит пять монет, каждая в целое число тугриков. Три монеты одинаковые, а две другие тоже одинаковые, но каждая на 6 тугриков больше. Одну монету вытащили из кошелька, и в кошельке осталось в общей сложности 44 тугрика. Монету во сколько тугриков вытащили?
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 8. (Пусть в кошельке лежат монеты в X, X, X, X+6, X+6 тугриков.
*Предположим, что вытащили монету в X+6 тугриков. Тогда оставшиеся монеты в сумме составляют X+X+X+(X+6)=4*X+6 тугриков, и это равно 44 тугрика. Попробуем решить это уравнение: 4*X+6=44, 4*X=44-6, 4*X=38. Но X - целое число, а 38 не делится на 4. Значит, монету в X+6 тугриков не могли вытащить.*

*Значит, вытащили монету в X тугриков. Тогда оставшиеся монеты в сумме составляют X+X+(X+6)+(X+6)=4*X+12 тугриков, и это равно 44 тугрика. Попробуем решить это уравнение: 4*X+12=44, 4*X=44-12, 4*X=32, X=32:4, X=8. Значит, вытащили монету в 8 тугриков.)*

4. Есть два пустых ведра 9л и 14л. Как с помощью этих вёдер набрать из реки ровно 11 литров воды? Никаких пометок на вёдрах нет и сделать их тоже нечем.

Ответ: Так как никаких пометок на вёдрах нет, то для измерения нам доступны только такие действия:
** вылить всю имеющуюся воду из ведра (в реку или в другое ведро);*
** наполнить ведро до краёв (долить до полного ведра, если в нём что-то было).*
Например, можно действовать так.
Наполним ведро 14л, затем перельём из него 9 л в 9-литровое - получим 9 литров воды в 9-литровом ведре и 14-9=5л в 14-литровом. Далее опустошим 9-литровое и перельём в него 5л воды из 14-литрового ведра. Запишем все эти действия в виде таблицы и продолжим следующие действия также записывать в эту таблицу:

9л	14л
0	14
9	5
0	5
5	0
5	14
9	10
0	10
9	1
0	1
1	0
1	14
9	6
0	6
6	0
6	14
9	11

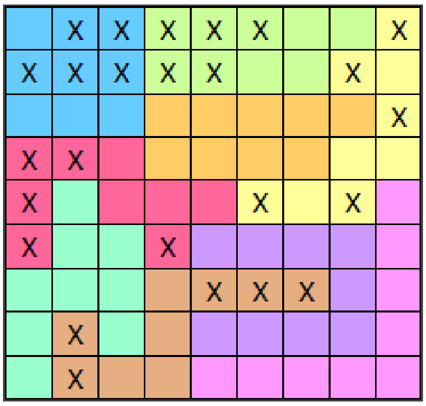
Это не единственный вариант, засчитывается любой другой алгоритм, в результате которого получается 11л.

5. Есть квадрат 9x9 клеток. Разрежьте его на 9 частей по 9 клеток в каждой части, чтобы в каждой

части было либо 5, либо 0 крестиков. Все части должны быть связными, то есть не должны распадаться на отдельные более мелкие части. Резать можно только по границам клеток.

	X	X	X	X	X			X
X	X	X	X	X			X	
								X
X	X							
X					X		X	
X			X					
				X	X	X		
	X							
	X							

Ответ: Например, можно разделить так:

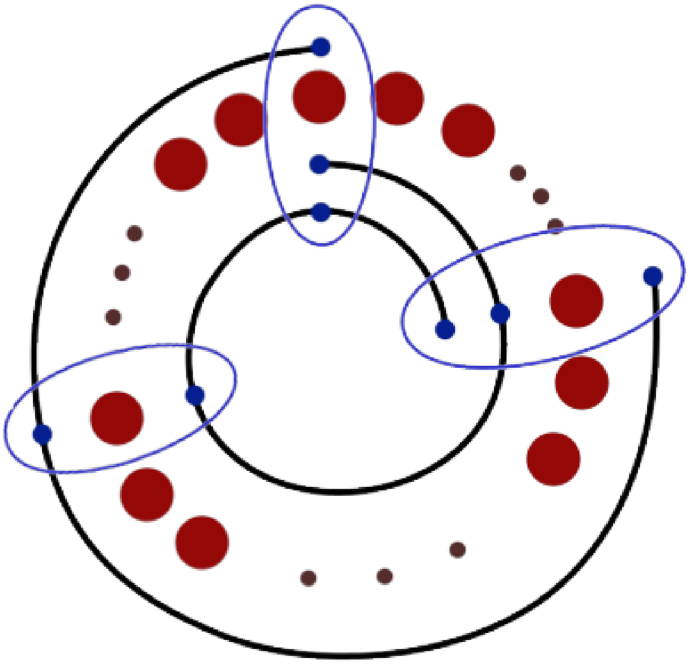


Это не единственный вариант, засчитывается любой другой, удовлетворяющий условиям задачи.

6. У МатеМаши на даче вокруг дома росли кусты гортензий (больше 1 куста). Когда ПрограМиша приехал в гости, ребята решили пересчитать эти кусты. Они начали считать с одного и того же куста, но пошли в противоположных направлениях. Несколько раз они встретились, но каждый просто продолжил свой счёт. Когда они встретились в очередной раз (не в первый и не во второй), они поняли, что забыли, с какого куста начали счёт. Поэтому они закончили счёт на одном и том же кусте, который у МатеМаши оказался 23-м, а у ПрограМиши - 28-м. Сколько розовых кустов росло вокруг дома?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 7. (Когда ребята встретились в первый раз, каждый из них прошёл часть одного круга, а вместе они прошли ровно один круг вокруг дома. Ко второй встрече они снова в сумме прошли ещё один круг. Так между встречами ребята проходили в сумме ровно по одному кругу, и так до последней встречи. В итоге МатеМаша насчитала 23 куста, а ПрограМиша - 28. Если сложить эти *два числа 23+28=51 куста, то в эту сумму все кусты войдут столько раз, сколько кругов было пройдено, кроме двух кустов: первого и последнего. Эти 2 куста войдут в сумму на 1 раз больше.*



Значит, если вычесть 2 куста, то в число 51-2=49 все кусты войдут одинаковое число раз - 49 равно количеству кустов вокруг дома, умноженному на количество пройденных кругов. Значит, 49 должно делиться на количество кустов. Заметим, что 49 делится только на 1, 7 и 49. Но кустов больше одного (по условию), а так как ребята закончили счёт не на первой и не на второй встрече, значит, они прошли больше одного круга, то есть кустов и не 49. Значит, вокруг дома растёт 7 кустов гортензий, а ребята в сумме прошли 7 кругов.)

7. ПрограМиша и 7 его друзей сели за круглый стол. У каждого было по несколько карандашей. ПрограМиша отдал 1 свой карандаш своему соседу справа. Затем этот сосед отдал 2 карандаша своему соседу справа. Затем тот сосед отдал 3 карандаша своему правому соседу. И так далее, в конце последний 8-й ребёнок отдал 8 карандашей ПрограМише. После этого у всех стало поровну карандашей. Сколько карандашей было у всех ребят вместе, если известно, что изначально у ПрограМиши было в 3 раза меньше карандашей, чем у его правого соседа?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 88. (Заметим, что каждый, кроме ПрограМиши, отдал на 1 карандаш больше, чем получил. Значит, у каждого, кроме ПрограМиши, количество карандашей уменьшилось на 1. При этом у всех стало одинаково карандашей. Значит, у семи ребят - всех, кроме ПрограМиши, и изначально

было одинаково карандашей.
А ПрограМиша отдал 1 карандаш, а получил 8 карандашей. Значит, у него в итоге стало на 7 карандашей больше, чем было изначально.
Получается, что если у ПрошраМиши сначала было X карандашей, то стало X+7 карандашей. Тогда и у всех стало по X+7 карандашей. Значит, у всех остальных было по X+8 карандашей (так как у них стало меньше на 1 карандаш, чем было).
*Итак, получается, что изначально у ПрограМиши было X карандашей, а у его правого соседа X+8 карандашей. Значит, X+8 в 3 раза больше, чем X, то есть X+8=3*X. Отсюда получаем, что 2*X=8, то есть X=4.*
*Значит, у ПрограМиши было 4 карандаша, стало 4+7=11, то есть и у всех ребят стало по 11 карандашей. А так как общее количество карандашей не изменилось, значит, всего у ребят и в начале, и в конце было 11*8=88 карандашей.)*

8. На далёкой планете живут дракончики. У каждого дракончика 1, 2, 3 или 4 хвоста. Дракончики с чётным числом хвостов всегда говорят правду, а с нечётным — всегда лгут. Однажды встретились 7 дракончиков.
Красный сказал: «У нас всех вместе 7 хвостов».
Синий сказал: «У нас всех вместе 9 хвостов».
Зелёный сказал: «У нас всех вместе 11 хвостов».
Жёлтый сказал: «У нас всех вместе 13 хвостов».
Фиолетовый сказал: «У нас всех вместе 15 хвостов».
Белый сказал: «У нас всех вместе 17 хвостов».
Чёрный сказал: «У нас всех вместе 19 хвостов».
Сколько хвостов у всех дракончиков вместе на самом деле?
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 21. (Так как все дракончики назвали разное количество, а правдивый вариант может быть только один, то среди всех дракончиков либо один честный дракончик, либо нет ни одного честного.
Если среди дракончиков был бы один честный, то у него было бы чётное число хвостов, а у остальных шестерых было бы нечётное число. Но тогда у всех вместе было бы чётное число хвостов - сумма одного чётного числа и шести нечётных всегда чётна. А так как все назвали нечётные числа, то никто в этом случае не мог сказать правду. Значит, этот случай невозможен - одного честного быть не могло.
Значит, никто из дракончиков не сказал правду, то есть все они нечестные и все имеют нечётное число хвостов. Но тогда общее количество хвостов нечётное - сумма семи нечётных чисел нечётна.
Заметим, что минимально у 7-ми нечестных дракончиков может быть 1+1+1+1+1+1=7 хвостов, а максимально 3+3+3+3+3+3+3=21 хвост. То есть общее число хвостов - это нечётное число от 7 до

21 включительно, которое при этом никто не назвал (ведь все дракончики солгали). Единственное нечётное число в этом промежутке, которое никто не назвал - число 21. Значит, именно столько хвостов у всех дракончиков вместе. Такая ситуация могла быть - в случае, если у всех перечисленных дракончиков по 3 хвоста.)

9. ПрограМиша бросил обычный игральный кубик 30 раз. Известно, что каждое из чисел на кубике выпало хотя бы один раз (на кубике числа от 1 до 6). Число 1 выпало больше раз, чем каждое из остальных. ПрограМиша сложил все результаты бросков. Какую максимальную сумму он мог при этом получить?

Ответ: 114. (Суммарно 114 очков можно получить, например, так:
*8 единиц, 1 двойка, 1 тройка, 6 четвёрок, 7 пятёрок, 7 шестёрок - итого 1*8+2*1+3*1+4*6+5*7+6*7=8+2+3++24+35+42=114.*
Докажем, что сумму больше чем 114 получить нельзя.
По условию, каждое число от 1 до 6 выпало хотя бы по одному разу. Уберём из рассмотрения шесть бросков - по одному каждого вида. В сумме они дают 1+2+3+4+5+6=21 очко. Тогда остаётся 30-6=24 броска, при этом на них уже нет ограничения, что каждое число обязательно выпадало, но сохраняется условие, что единиц больше всех (мы убрали всех поровну - по одному).
Таким образом, имеем 24 броска, среди которых единиц больше всех, и нужно найти наибольшую возможную сумму по всем броскам. Докажем, что эта сумма не могла получиться большем чем 114-21=93.
Предположим, все броски сделаны и получилась наибольшая возможная сумма. Это означает, что результаты бросков нельзя заменить так, чтобы условия задачи выполнялись, а сумма увеличилась бы.
Так как всего бросков 24, а единиц больше всего, то единиц не менее 5-ти (если единиц было бы 4 или меньше, то остальных цифр было бы 3 или меньше, то есть всего бросков было бы не более чем 4+3+3+3+3+3=19, а их 24).
При этом единиц не более 12-ти - если единиц 13 или более, то шестёрок 24-13=11 или менее, и тогда сумма получается не наибольшая - можно одну из единиц заменить на 6 (если шестёрок не более 10) или на 5 (если шестёрок 11), сумма будет больше, а все условия задачи будут выполняться.
Значит, единиц может быть только от 5-ти до 12-ти.
*Также ясно, что шестёрок должно быть ровно на 1 меньше, чем единиц - иначе мы можем одну из единиц заменить на любое большее число, и общая сумма увеличится, а единиц по-прежнему будет больше всего. Это всегда можно сделать, так как всех остальных чисел не может быть на 1 меньше, чем единиц - иначе единиц минимум 5, остальных минимум по 4, то есть всего бросков минимум 5+4*5=25, а их 24.*
Разберём все варианты, сколько может быть единиц - от 5 до 12.

*Итак, пусть выпало 5 единиц. Тогда шестёрок 4. Остаётся 24-5-4=15 бросков. Чтобы сумма была наибольшей, это должно быть 4 пятёрки, 4 четвёрки, 4 тройки и остальные 3 двойки (иначе можно двойку заменить на большее число, и сумма увеличится). Тогда общая сумма получается 1*5+2*3+3*4+4*4+5*4+6*4=5+6+12+16+20+24=83 - меньше чем 93.*

*Пусть выпало 6 единиц. Тогда шестёрок 5. Остаётся 24-6-5=13 бросков. Чтобы сумма была наибольшей, это должно быть 5 пятёрок, 5 четвёрок и 3 тройки (иначе сумму тоже можно увеличить). Тогда общая сумма получается 1*6+3*3+4*5+5*5+6*5=6+9+20+25+30=90 - меньше чем 93.*

*Пусть выпало 7 единиц. Тогда шестёрок 6. Остаётся 24-7-6=11 бросков. Чтобы сумма была наибольшей, это должно быть 6 пятёрок и 5 четвёрок. Тогда общая сумма получается 1*7+4*5+5*6+6*6=7+20+30+36=93 - ровно 93.*

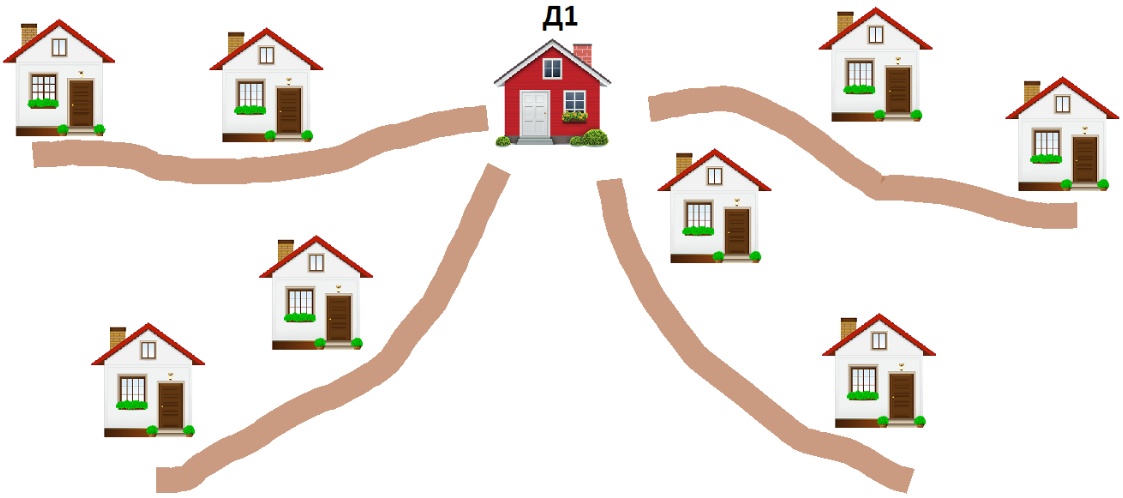
Далее для всех остальных случаев посчитаем, какие получаются наибольшие суммы. В каждом случае будем брать наибольшее возможное количество шестёрок, затем наибольшее возможное количество пятёрок, и так далее - в этом случае сумма будет получаться наибольшей.

1	5	6	7	8	9	10	11	12
2	3							
3	4	3						
4	4	5	5	2				
5	4	5	6	7	7	5	3	1
6	4	5	6	7	8	9	10	11
∑	83	90	93	93	92	89	86	83

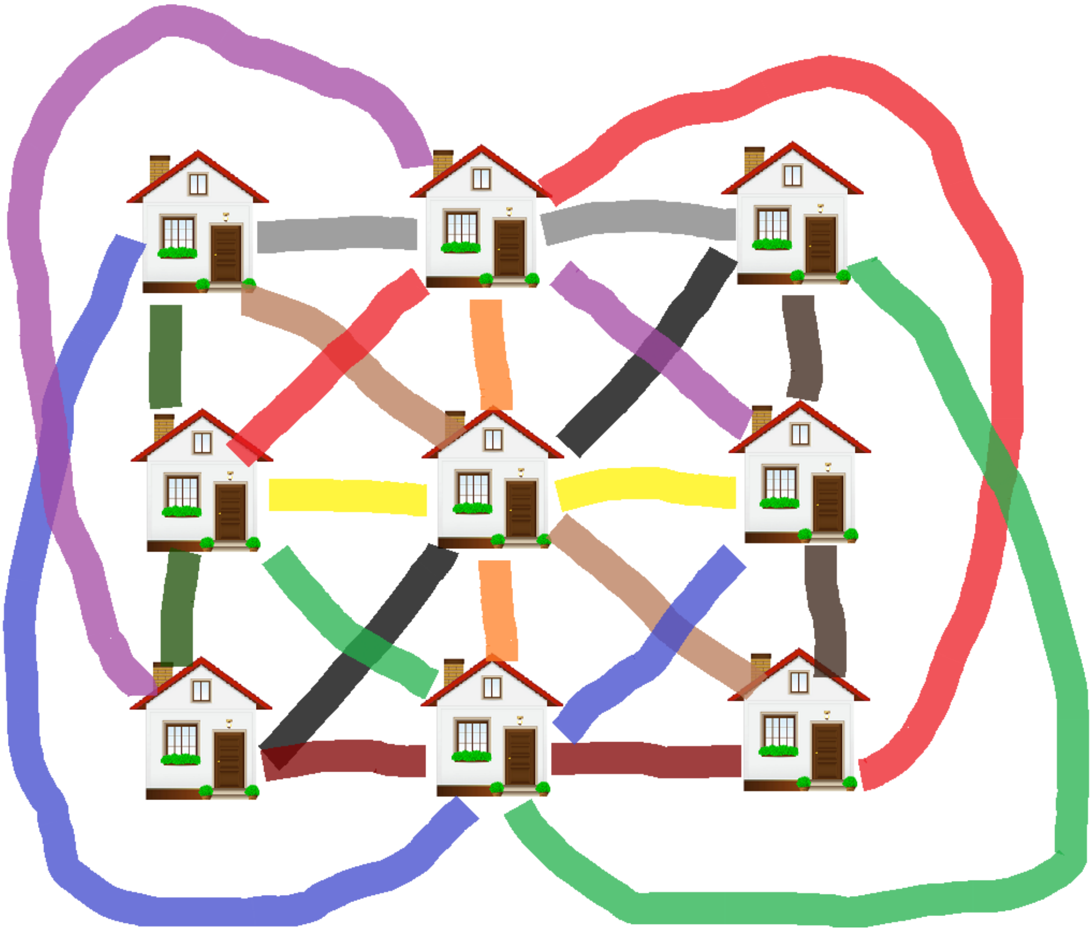
Получается, что ни в одном случае сумму больше чем 93 получить нельзя. Значит, наибольшая возможная сумма за 30 бросков - 93+21=114.).

10. В маленькой деревеньке Васильково всего 9 домов. Улицы, на которых расположены дома устроены таким образом: на каждой улице ровно 3 дома; каждые две улицы либо не имеют общих домов (домов на пересечении этих улиц), либо имеют только один общий дом. Какое наибольшее количество улиц может быть в этой деревеньке?

Ответ: 12. (Рассмотрим какой-нибудь из домов этой деревеньки, обозначим его Д1. Определим наибольшее количество улиц, на пересечении которых он может стоять. Кроме этого дома, в деревеньке еще 8 домов. На каждой улице, проходящей через Д1, есть ещё два дома. Так как никакие две из этих улиц не могут иметь других общих домов кроме Д1, то всего через Д1 может проходить не более, чем 4 улицы.



Таким образом, количество улиц, на пересечении которых находится каждый из домов не более, чем 4. Тогда, если сложить количества улиц, на пересечении которых находится каждый из домов, их сумма должна быть не более чем 4+4+4+4+4+4+4+4+4=36. При этом эта сумма равна утроенному количеству улиц в деревне (так как на каждой улице расположено ровно 3 дома). Таким образом, количество улиц не более, чем 12 (так как 36=12+12+12).
На рисунке показан пример расположения 12-ти улиц, чтобы выполнялись условия задачи. Таким образом, максимальное число улиц в деревеньке - 12.



)