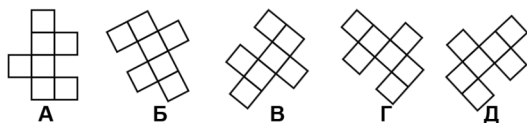


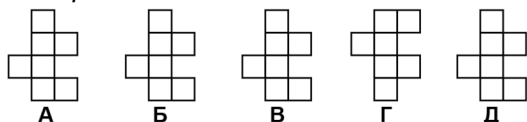
Тур_2 - 4 класс - решения

1. МатеМаша вырезала 5 одинаковых фигурок и разложила на столе. Одна фигурка лежит не той стороной вверх, что другие. Найдите эту фигурку.

- А;
 Б;
 В;
 Г;
 Д.



Ответ: Г. (Мысленно повернем все фигурки таким образом, чтобы полоска из 4 клеток располагалась вертикально, два выступающих квадрата были справа, а один выступающий квадратик - слева:



Фигурки А, Б, В и Д выглядят одинаково, а фигурка Г отличается. Значит, перевёрнута фигурка Г.)

2. В магазине продаются чёрные и белые шляпки - всего 20 шляпок. На чёрных шляпках по 3 цветочка, на белых - по 1 цветочку. Всего на всех шляпках 42 цветочка. Сколько чёрных шляпок продаётся в магазине?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 11. (Временно уберём цветочки со всех шляпок. Теперь вернём на все шляпки по 1 цветочку - на это потребуется 20 цветочков. Осталось вернуть ещё $42-20=22$ цветочка - их нужно прикрепить к чёрным шляпкам. На каждую чёрную шляпку нужно добавить ещё $3-1=2$ цветочка. Значит, чёрных шляпок $22:2=11$.)

3. К некоторому числу прибавили его сумму цифр и получили 2025. Приведите один пример такого числа.

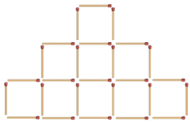
Замечание: Достаточно привести один пример.

Ответ: например, 1998 или 2016. (Действительно, $1998+1+9+9+8=2025$ и $2016+2+0+1+6=2025$.)

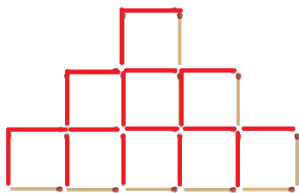


4. ПрограМиша выложил из спичек трёхэтажную постройку, как на рисунке. Сколько спичек потребуется, чтобы собрать такую же постройку, но в 6 этажей?

Замечание: На каждом следующем этаже (если двигаться снизу вверх) на 2 квадрата меньше, чем на предыдущем. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 89. (Всю постройку разделим на уголки в 2 спички и посчитаем количество таких уголков:



Уголков столько же, сколько квадратов, то есть в 6-этажной постройке на первом этаже 1 уголок, на втором - 3, на третьем - 5, на четвертом - 7, на пятом - 9, на шестом - 11. Всего $1+3+5+7+9+11=36$ уголков по 2 спички, то есть пока получается 72 спички. Остаётся прибавить 6 спичек, которые стоят сбоку на каждом этаже, и 11 спичек с нижнего этажа. Всего $72+6+11=89$ спичек.)

5. ПрограМиша стёр несколько цифр в примере на вычитание и нарисовал на месте каждой стёртой цифры звездочку. Чему равна сумма всех стёртых цифр?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

$$\begin{array}{r} 10 * 1 * * \\ - * 8 * 8 5 \\ \hline 3 3 3 3 3 \end{array}$$

Ответ: 24. (Посмотрим на разряд единиц. При вычитании 5 получилось 3. Значит, вычитание было из числа $3+5=8$, то есть в разряде единиц у уменьшаемого была цифра 8.

В разряде десятков при вычитании 8 получилось 3. Значит, вычитание было из числа $3+8=11$. Так как при вычитании единиц из разряда десятков ничего не "занимали", то в разряде десятков у уменьшаемого стояла цифра 1. И заметим, что в этом действии мы "занимали" 1 из разряда сотен.

В разряде сотен в уменьшаемом стоит 1, а разность получается 3. При этом из сотен "занимали" 1. Значит, и в этом вычитании придётся "занимать" единицу из разряда тысяч, то есть вычитание было такое: $10-*=3$. Получается, что на месте звёздочки стояла цифра 7.

Аналогично, в разряде тысяч при вычитании 8 получилось 3. Так как $3+8+1=12$, вместо * стояла цифра 2.

А в разряде десятков тысяч вместо * стояла цифра 6, так как $10-1-3=6$.

Получается, что полностью пример выглядит так:





$$\begin{array}{r}
 _ 1 0 2 1 1 8 \\
 \underline{6 8 7 8 5} \\
 3 3 3 3 3
 \end{array}$$

Сумма всех стёртых цифр равна $2+1+8+6+7=24$.)

6. МатеМаша нарисовала квадрат 4 на 4 клетки. Во всех клетках квадрата она расставила числа от 1 до 4 так, что в каждом столбце и в каждой строке числа не повторяются. Затем некоторые ячейки МатеМаша объединила в группы - граница каждой группы обведена жирной линией. В каждой группе она сложила или вычла имеющиеся числа, в одном углу группы записала результат, а в другом углу - действие в этой группе. После этого все исходные числа МатеМаша стёрла. Какие числа стояли первоначально на выделенной диагонали?

Замечание: Укажите в ответе эти 4 числа, в порядке от левого верхнего к правому нижнему углу, без запятых и пробелов.

2		-	2		-
4		+	2		-
	+	2		-	+
5	3	6			

Ответ: 2, 1, 4, 2. (Сначала заметим, что есть ячейка, в которой только одно число и нет знаков арифметических действий - в эту ячейку ставим число 3.

Посмотрим на группу с суммой 4. Получить 4 можно только либо $1+3$, либо $2+2$. Но так как в одной строке числа не должны повторяться, то остаётся только вариант $1+3$, причём слева стоит 3, а справа 1 (чтобы два числа 3 не оказались в одном столбце):

2		-	2		-
4	3	+	1		-
	+	2		-	+
5	3	3	6		

Заметим, что есть несколько групп по две клетки с разностью 2. В каждой такой группе могут стоять либо 1 и 3, либо 2 и 4. В одной такой группе в 3-й строке могут быть только 2 и 4 в каком-то порядке, так как слева не может стоять ни 1, ни 3. Пока запомним это.

Теперь посмотрим на группу с суммой 5. Сумму 5 можно получить либо как $2+3$, либо как $1+4$. Но так как в первом столбце уже есть число 3, то вариант $2+3$ не подойдёт. Значит, остаётся только вариант $1+4$, причём сверху 1, снизу 4 (так как в третьей строке в группе "2-" стоят 2 и 4).





2		-	2		-
4	3	1 ⁺	2		-
	1 ⁺	2		-	+
5	4	3	3	6	

В оставшейся клетке первого столбца может быть только 2. А значит, в группе с ней стоит 4:

2	2	4	2		-
4	3	1 ⁺	2		-
	1 ⁺	2		-	+
5	4	3	3	6	

В оставшейся пустой клетке 2-го столбца нужно поставить 2, а значит, рядом с ней будет 4:

2	2	4	2		-
4	3	1 ⁺	2		-
	1 ⁺	2	4		+
5	4	3	3	6	

Теперь в крайней правой клетке 3-й строки можно поставить только 3. И после этого можно определить, в каком порядке нужно поставить числа в верхних двух группах "2-":

2	2	4	2	3	1
4	3	1 ⁺	2	2	4
	1 ⁺	2	4	3	+
5	4	3	3	6	

Теперь можно заполнить оставшиеся две клетки:

2	2	4	2	3	1
4	3	1 ⁺	2	2	4
	1 ⁺	2	4	3	+
5	4	3	3	6	1





Получается, что на диагонали стоят числа 2, 1, 4, 2.)

7. Лиса Алиса лжёт по пятницам, субботам и воскресеньям, а в остальные дни она говорит правду. Кот Базилио лжёт по понедельникам, вторникам и средам, а в остальные дни он говорит правду. В один из дней на прошлой неделе они оба сказали: “Вчера я лгал(а)”. В какие дни недели это могло произойти?

- Понедельник;
- вторник;
- среда;
- четверг;
- пятница;
- суббота;
- воскресенье.

Ответ: Понедельник. (Лиса Алиса не могла сказать этого в субботу и в воскресенье, потому что это было бы правдой, а она лжёт в эти дни. Аналогично, кот Базилио не мог этого сказать во вторник и в среду. Остаются понедельник, четверг и пятница.

Лиса Алиса могла сказать так в понедельник, так как в воскресенье она лжёт, а в понедельник говорит правду. Кот Базилио тоже мог так сказать в понедельник, так как в воскресенье он говорит правду, а в понедельник лжёт. То есть это могло произойти в понедельник.

В четверг лиса Алиса не могла этого сказать, так как она говорит правду и в среду, и в четверг.

В пятницу кот Базилио не мог этого сказать, так как он говорит правду и в четверг, и в пятницу.

Получается, что такое могло произойти только в понедельник.)

8. Известно, что 2 тетради и 3 ручки стоят 195 рублей, а 7 тетрадей и 5 ручек стоят 358 рублей. Сколько рублей стоят 11 тетрадей и 7 ручек?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 512. (Пусть T рублей - цена тетради, а P рублей - цена ручки. Запишем кратко условие задачи:

$$2T+3P=195,$$

$$7T+5P=358.$$

Если удвоить первую покупку, то получится, что $4T+6P=195+195=390$. Теперь добавим к этому вторую покупку: $4T+7T+6P+5P=390+358$, то есть $11T+11P=748$. Получается, что $T+P=748:11=68$, то есть одна тетрадь и одна ручка вместе стоят 68 рублей.

Теперь, зная, что $2T+3P=195$, а $2T+2P=68+68=136$, получаем, что $P=195-136=59$, то есть ручка стоит 59 рублей. И тогда тетрадь стоит $68-59=9$ рублей.





Остаётся найти стоимость 11 тетрадей и 7 ручек: $11 \cdot 9 + 7 \cdot 59 = 99 + 413 = 512$ рублей.)

9. В море расположено 30 островов. Эти острова принадлежат Тридевятиому, Тридесятиому и Тричетырнадцатому царствам.

Тридевятиое царство расположено на 9-ти островах, и каждый из них соединён золотыми мостами ровно с 4-мя другими островами Тридевятиого царства.

Все острова Тридесятиого царства разбиты на два региона, причём в одном из регионов больше 10-ти, но меньше 20-ти островов. В Тридесятиом царстве мостом соединены только все пары островов из разных регионов. В этом царстве серебряные мосты, и их на 6 больше, чем золотых мостов.

Все остальные острова принадлежат Тричетырнадцатому царству, и в нём каждый остров соединён хрустальным мостом с каждым из остальных островов. Сколько всего хрустальных мостов в Тричетырнадцатом царстве?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 21. (В Тридевятиом царстве $9 \cdot 4 : 2 = 18$ золотых мостов. Значит, в Тридесятиом царстве $18 + 6 = 24$ серебряных моста.

Выясним, сколько островов в Тридесятиом царстве. Они разделены на 2 региона, и мостом соединены только острова из разных регионов. Значит, если в первом регионе x островов, а во втором y островов, то мостов получится $x \cdot y$. И это количество равно 24. Вот все способы представить 24 в виде произведения двух натуральных чисел: $24 = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$. Так как в одном из регионов больше 10-ти, но меньше 20-ти островов, то подходит только вариант $2 \cdot 12$. Значит, в одном регионе 2 острова, а в другом - 12. Значит, всего в Тридесятиом царстве $2 + 12 = 14$ островов.

Получается, что в Тричетырнадцатом царстве $30 - 9 - 14 = 7$ островов. Так как каждый соединён мостом с каждым из 6-ти остальных, то мостов $7 \cdot 6 : 2 = 21$.)

10. ПрограМиша придумывает четырёхзначный пароль для своего телефона. Он может использовать цифры от 1 до 9, без повторений. Кроме того, для удобства он хочет, чтобы каждая следующая цифра в пароле располагалась по соседству с предыдущей (по вертикали, горизонтали или диагонали). Сколько возможных комбинаций пароля он может использовать?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 496. (Рядом с цифрами 1, 3, 7 и 9 по 3 соседние цифры, то есть они равнозначны по количеству соседних цифр. Будем называть эти цифры угловыми.





Цифры 2, 4, 6 и 8 тоже равнозначны друг другу - у каждой из них по 5 соседей. Будем называть их средними.

И только у цифры 5 - 8 соседей.

Пусть ПЕРВАЯ цифра - любая из УГЛОВЫХ (4 варианта). Тогда для второй цифры пароля есть 3 варианта: 2 варианта - одна из средних цифр, 1 вариант - цифра 5.

* Рассмотрим сначала случай, когда на втором месте средняя цифра (2 варианта). В этом случае далее у нас будет 4 варианта для третьей цифры: угловая (1 вариант); средняя (2 варианта); цифра 5 (1 вариант).

(1 вариант) Если третья цифра угловая, то остаётся всего 2 варианта. Итого $4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ комбинаций.

(2 варианта) Если третья цифра средняя, то для последней цифры в одном случае 3, а в другом - 4 варианта. Итого $4 \cdot 2 \cdot 3 + 4 \cdot 2 \cdot 4 = 24 + 32 = 56$ комбинаций.

(1 вариант) Если третья цифра 5, то для четвёртой цифры остаётся 6 вариантов. Итого $4 \cdot 2 \cdot 6 = 48$ комбинаций.

* Теперь рассмотрим случай, когда на втором месте цифра 5. В этом случае у нас есть 7 вариантов продолжения: 4 варианта средней цифры и 3 варианта угловой цифры.

Если третья цифра средняя, то в случае средней цифры рядом с первой угловой цифрой (2 варианта) у нас 3 варианта для четвёртой цифры. А если средняя цифра не рядом с угловой (2 варианта), то у нас 4 варианта для четвёртой цифры. Итого $4 \cdot 2 \cdot 3 + 4 \cdot 2 \cdot 4 = 56$ комбинаций.

Если третья цифра угловая (3 варианта), то для четвёртой цифры 2 варианта. Итого $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.

Таким образом, всевозможных вариантов пароля, начинающегося с угловой цифры, $16 + 56 + 48 + 56 + 24 = 200$ штук.

Теперь пусть ПЕРВАЯ цифра - любая из СРЕДНИХ (4 варианта). Тогда для второй цифры есть 5 вариантов: одна из угловых цифр (2 варианта), одна из средних цифр (2 варианта), цифра 5 (1 вариант).

* Рассмотрим сначала случай, когда на втором месте одна из угловых цифр (2 варианта). В этом случае далее возможны 2 варианта: цифра 5 или средняя цифра.

Если на третьем месте цифра 5, то для четвёртой цифры есть 6 вариантов. Итого $4 \cdot 2 \cdot 6 = 48$ комбинаций.

Если на третьем месте средняя цифра (2 варианта), то возможны 3 варианта для четвёртой цифры. Итого $4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$.

* Если на втором месте одна из средних цифр (2 варианта), то для третьей цифры возможны такие варианты: угловые цифры (2 варианта), одна средняя цифра, цифра 5.

Если на третьем месте угловая цифра (2 варианта), то для четвёртой цифры, либо 1, либо 2 варианта. Итого $4 \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ комбинации.

Если на третьем месте средняя цифра, то для четвёртой цифры 4 варианта. Итого $4 \cdot 2 \cdot 4 = 32$ комбинации.

Если же на третьем месте цифра 5, то для четвёртой цифры есть 6 вариантов. Итого $4 \cdot 2 \cdot 6 = 48$ комбинаций.

* Теперь рассмотрим случай, когда на втором месте цифра 5. В этом случае у нас есть 7 вариантов





третьей цифры: 3 варианта средней цифры и 4 варианта угловой цифры.

Если третья цифра средняя (3 варианта), то в случае средней цифры рядом с первой средней цифрой (2 варианта) у нас 3 варианта для четвёртой цифры. А если средняя цифра не рядом с первой средней цифрой (1 вариант), то у нас 4 варианта для четвёртой цифры. Итого $4*2*3+4*1*4=40$ комбинаций.

Если третья цифра угловая рядом с первой средней цифрой (2 варианта), то для четвёртой цифры 1 вариант. Если третья угловая цифра не рядом с первой средней (2 варианта), то для четвёртой цифры 2 варианта. Итого $4*2*1+4*2*2=24$ комбинации.

Таким образом, всевозможных вариантов пароля, начинающегося со средней цифры, $48+24+24+32+48+40+24=240$ шт.

Теперь пусть ПЕРВАЯ цифра 5. Для второй цифры есть такие варианты: угловая цифра (4 варианта), средняя цифра (4 варианта).

* Рассмотрим сначала случай, когда на втором месте одна из угловых цифр (4 варианта). В этом случае для третьей цифры возможны 2 варианта средней цифры. Для каждого варианта третьей цифры возможны 3 варианта четвёртой цифры. Итого $4*2*3=24$ комбинаций.

* Если на втором месте одна из средних цифр (4 варианта), то для третьей цифры возможны такие варианты: угловая цифра (2 варианта), средняя цифра (2 варианта).

Если на третьем месте угловая цифра (2 варианта), то для четвертой цифры есть только один вариант. Итого $4*2=8$ комбинаций.

Если на третьем месте средняя цифра (2 варианта), то для четвёртой цифры 3 варианта. Итого $4*2*3=24$ комбинации.

Таким образом, всевозможных вариантов пароля, начинающегося с цифры 5, : $24+8+24=56$ шт.

Итого всех вариантов пароля $200+240+56=496$.)

