



Тур_1 - 4 класс - решения

1. В четверг вечером Винни-Пух весил 20 кг. В пятницу утром он пришёл в гости к Кролику и съел там 5 кг мёда, 3 кг варенья и 4 кг сгущенки. Теперь он не может вылезти из кроличьего домика. Винни-Пуху пришлось сесть на строгую диету, и теперь каждые сутки он худеет на 2 кг. В какой день недели он наконец сможет выйти из домика, если для этого нужно похудеть хотя бы до 22 кг?

- Понедельник;
- вторник;
- среда;
- четверг;
- пятница;
- суббота;
- воскресенье.

Ответ: среда. (Винни-Пух съел $5+3+4=12$ кг сладостей, и теперь (в пятницу днем) он весит $20+12=32$ кг. К субботе он похудеет до $32-2=30$ кг, к воскресенью - до $30-2=28$ кг, к понедельнику - до $28-2=26$ кг, ко вторнику - до $26-2=24$ кг, а к среде - до $24-2=22$ кг. Значит, в среду, Винни-Пух сможет наконец выбраться из домика.)

2. ПрограМиша написал в ряд несколько цифр. Оказалось, что ряд является палиндромом - он читается одинаково слева направо и справа налево. Известно, что двоек в ряду 2 штуки, троек - 5 штук, четвёрок - 6 штук. Сколько в ряду пятёрок, если известно, что их больше, чем двоек, но меньше, чем четвёрок?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 4. (Так как ряд одинаково читается слева направо и справа налево, то всех цифр, кроме средней в ряду (если она есть), должно быть чётное количество - их можно разбить на пары из правой и левой части. Так как троек 5 штук, их не разбить на пары, то именно тройка и стоит в середине ряда. Значит, пятёрок чётное количество. А между числами 2 и 6 только одно чётное число - это 4.)

3. Большой прямоугольный участок сначала разделили прямым забором на два прямоугольных участка, а затем одну из частей снова прямым забором разделили на две части. Получилось 3 прямоугольных участка, которые раздали трём фермерам: Антонову, Борисову и Васильеву. Участок Антонова имеет размер 50 метров на 70 метров. Размеры участка Борисова - 60 метров на 100 метров. Какой наибольший периметр может быть у участка Васильева?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

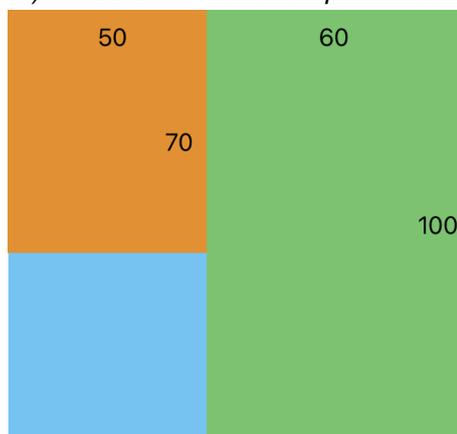


Ответ: 240. (Если бы оба забора были построены параллельно друг другу, то все участки имели бы одинаковую одну из сторон. Но так как участки Антонова и Борисова 50×70 и 60×100 , то деление в первый раз было параллельно одной паре сторон исходного участка, а второе деление - параллельно другой паре сторон.

Раскрасим на схеме участки фермеров разными цветами: оранжевый - Антонова, зелёный - Борисова, голубой - Васильева. Будем для удобства два участка, полученные при втором делении, называть боковыми, а оставшийся участок (который не участвовал во втором делении) - основным. Рассмотрим все возможные варианты расположения участков и посчитаем в каждом случае периметр участка Васильева. Участки Антонова и Борисова не могут быть двумя боковыми, так как у боковых участков должна быть одинаковая сторона. Значит, один из этих участков - основной, а другой - один из боковых.

Пусть основной участок - участок Борисова 60×100 . Тогда возможны три варианта расположения:

1) Участок Антонова примыкает к стороне 100 м участка Борисова, причём стороной 70 м.



В этом случае размер участка Васильева 50 м на $100 - 70 = 30$ м, то есть его периметр равен $50 + 50 + 30 + 30 = 160$ метров.

2) Участок Антонова примыкает к стороне 100 м участка Борисова, причём стороной 50 м.



В этом случае размер участка Васильева 70 м на $100 - 50 = 50$ м, то есть его периметр равен $70 + 70 + 50 + 50 = 240$ метров.

3) Участок Антонова примыкает к стороне 60 м участка Борисова. В этом случае он может



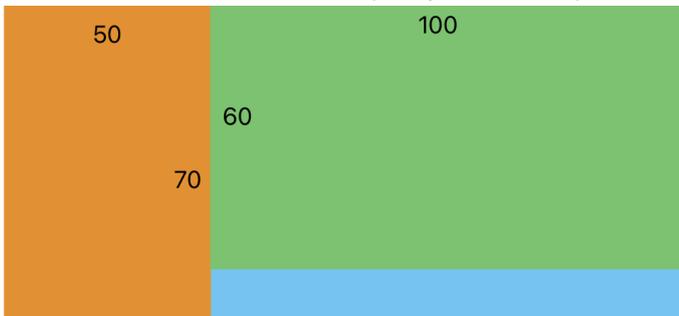
примыкать только стороной 50 м, так как $70 > 60$.



В этом случае размер участка Васильева 70 м на $60 - 50 = 10$ м, то есть его периметр равен $70 + 70 + 10 + 10 = 160$ метров.

Теперь пусть основным участком является участок Антонова. В этом случае возможно только одно расположение:

4) Участок Борисова может примыкать только стороной 60 м к стороне 70 м участка Антонова, так как 50 м меньше обеих сторон участка Борисова, а $100 > 70$.



В этом случае размер участка Васильева 100 м на $70 - 60 = 10$ м, то есть периметр $100 + 100 + 10 + 10 = 220$ метров.

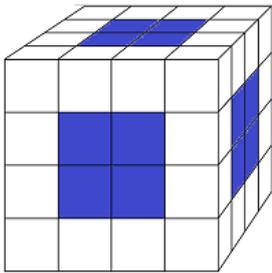
Получается, наибольший возможный периметр - 240 метров.)

4. В наборе 26 красных и 38 синих кубиков одинакового размера. Из всех этих кубиков собрали большой куб. Какое наименьшее количество синих квадратиков могло оказаться на поверхности большого куба?

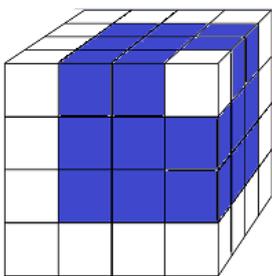
Замечание: Квадратики - это грани исходных маленьких кубиков. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 36. (Всего в наборе $26 + 38 = 64$ кубика. Значит, получился куб с ребром в 4 кубика.

Наименьшее количество видимых граней будет у кубиков, которые внутри большого куба - у них 0 видимых граней. Таких кубиков 8. Далее идут кубики в центре каждой грани - по 4 кубика у каждой грани, то есть $4 * 6 = 24$ кубика. У них видно по одной грани, то есть 24 видимых грани.



Оставшиеся $38-8-24=6$ кубиков разместим вдоль рёбер большого куба так, чтобы у них было видно по 2 грани:

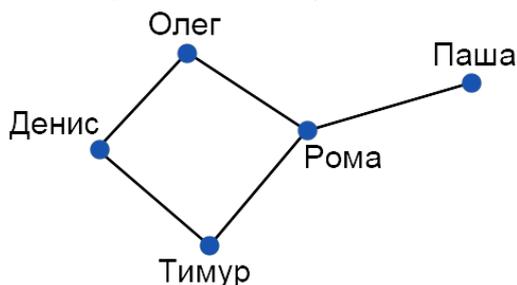


Получается, что всего на поверхности большого куба находится $24+6*2=36$ синих квадратиков.)

5. Пятеро мальчиков - Олег, Паша, Тимур, Денис и Рома - сидели в ряд на скамейке так, что у каждых двух соседей в имени была хотя бы одна одинаковая буква. Через некоторое время один из ребят ушёл, и теперь оставшиеся четверо уже не могут пересесть, сохранив это же правило. Кто из ребят мог уйти?

- Олег;
- Паша;
- Тимур;
- Денис;
- Рома.

Ответ: Денис, Рома. (Изобразим пятерых ребят в виде точек и соединим тех, кто с кем может сидеть рядом, то есть у кого в имени есть одинаковая буква. Схема получится такая:





Если уйдёт Паша, Олег либо Тимур, то оставшиеся ребята снова смогут сесть в ряд, сохранив правило.

Без Паши, например, так: Рома-Олег-Денис-Тимур.

Без Олега, например, так: Денис-Тимур-Рома-Паша.

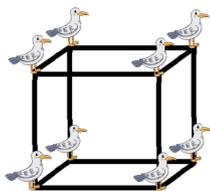
Без Тимура, например, так: Денис-Олег-Рома-Паша.

Если уйдёт Рома, то Паше будет не с кем сидеть. Если же уйдёт Денис, то Олег, Тимур и Паша смогут сесть только рядом с Ромой, но у Ромы не может быть 3 соседа.

Значит, уйти могли Рома либо Денис.)

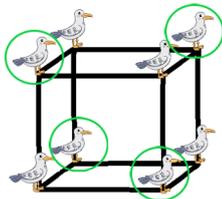
6. В морском порту города Галл стоит конструкция в виде каркаса куба, на которой очень любят сидеть чайки. Однажды на кубе сидело 8 чаек - по одной чайке на каждой вершине. Причём каждая чайка либо всегда говорит правду (честная чайка), либо всегда лжёт (чайка-лжец). Каждая чайка сказала: "Рядом со мной сидит ровно 3 чайки-лжеца". Какое наибольшее количество честных чаек могло сидеть на кубе?

Замечание: Сидящими рядом считаются чайки, сидящие на одном ребре куба. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 4. (Всего на кубе сидит 8 чаек. Пусть какая-то одна из чаек - честная. Тогда все 3 её соседа - точно чайки-лжецы. Остаётся ещё 4 чайки. Все эти 4 чайки честными быть не могут, иначе для них не выполняется условие про 3-х соседей-лжецов. Значит, ещё хотя бы одна чайка-лжец среди них есть. Значит, на кубе минимум 4 чайки-лжеца, то есть честных чаек не более 4-х.

А вот 4 честные чайки на кубе могли сидеть, например, так:



Зелёным обведены честные чайки, а остальные - чайки-лжецы. В этом случае все условия задачи выполняются.)

7. В пустое ведро тонкой струйкой начала набираться вода. За 6 минут набралось ровно полведра воды. В этот момент в дне ведра образовалась небольшая дырка, через которую вода начала





утекать. Теперь вода продолжает набираться с прежней скоростью, а вот утекает в 3 раза быстрее, чем набирается. Через сколько минут после образования дырки ведро станет пустым?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 3. (Рассмотрим время от образования дырки до момента, когда ведро стало пустым. За это время в ведро успело добавиться некоторое количество воды (обозначим его X литров), а вытекло те X литров, которые добавились, и половина ведра.

При этом утекает вода в 3 раза быстрее, чем набирается. Значит, вылилось в 3 раза больше, чем набралось. Значит, добавилось X литров, а утекло $3 \cdot X$ литров. Тогда $2 \cdot X$ литров - это и есть та самая половина ведра. Значит, X литров воды - это четверть ведра, то есть добавилась четверть ведра, а утекло три четверти. А если половина ведра набралась за 6 минут, то на добавление четверти ведра ушло $6:2=3$ минуты.)

8. ПрограМиша написал по числу в каждой клетке квадрата 8×8 . Получилось, что сумма чисел в каждом столбце и в каждой строке одна и та же и равна 100. Тогда ПрограМиша покрасил в зелёный цвет все клетки какого-то одного столбца и какой-то одной строки, на пересечении которых стоит число 30. Чему равна сумма всех чисел в незакрашенных частях таблицы?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 630. (В закрашенной строке сумма чисел 100, в закрашенном столбце - тоже 100. Если сложить эти суммы $100+100$, то в эту сумму число 30, которое стоит на пересечении, войдёт дважды. Значит, сумма чисел во всех зелёных клетках равна $100+100-30=170$.

А сумма всех чисел в таблице равна $100 \cdot 8=800$. Значит, сумма всех чисел в незакрашенной части равна $800-170=630$.)

9. ПрограМиша выписывает число, затем складывает первую и вторую цифры этого числа, потом вторую и третью цифры, и так далее, записывает результаты в ряд без пробелов и запятых и получает новое число. Например, из числа 345 получится число 79, а из 689 получится 1417. Сколько существует чисел, из которых получится число 810?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 8. (При сложении двух цифр нельзя получить 81 или 810, значит, сумма первых двух цифр должна быть равна 8. Поскольку число не может начинаться с 0, то получаются такие возможные варианты:

17?

26?

35?





44?

53?

62?

71?

80?

Сумма второй и третьей цифры должна быть равна 1 или 10. В первых шести случаях сумма 1 невозможна, то есть сумма может быть только 10, и получаются такие варианты числа:

173

264

355

446

537

628

Если число начинается на 71?, то возможны и сумма 1 (и далее сумма 0), и сумма 10, то есть получаем 2 варианта исходного числа:

719

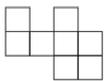
7100

А вот начало 80? не даст вариантов, потому что сумма 10 невозможна, а чтобы получить сумму 1, нужно поставить следующую цифру 1, то есть 801?, но затем не получить сумму 0.

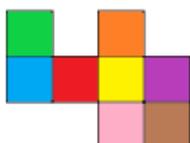
Значит, есть $6+2=8$ подходящих исходных чисел.)

10. У МатеМаши есть картонная заготовка, состоящая из 8-ми квадратиков. МатеМаша хочет сделать из неё развертку из 6-ти квадратиков, чтобы сложить куб. Для этого, ей нужно выбрать 2 квадратика, которые она отрежет. (При этом развёртка должна получиться единым целым, то есть не должна распадаться на части.) Сколькими способами МатеМаша может выбрать эти 2 квадратика?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 6. (Для удобства раскрасим квадратiki на заготовке:



Заметим, что МатеМаша точно не может отрезать голубой квадрат, красный квадрат и жёлтый квадрат, иначе заготовка распадётся на несколько частей.

Также заметим, что в развёртке не могут быть одновременно и жёлтый, и фиолетовый, и розовый,



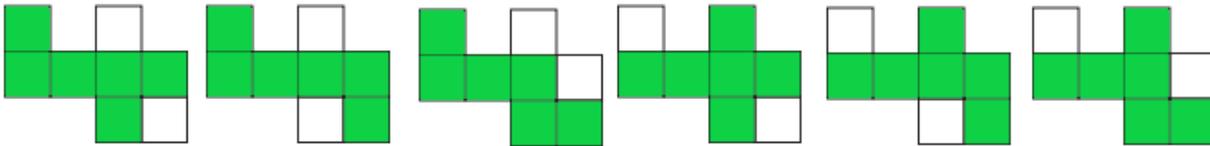


и коричневый квадраты - при складывании какие-то два наложатся друг на друга. А это значит, что либо фиолетовый, либо розовый, либо коричневый квадрат точно должен быть отрезан.

Кроме того, одновременно в развёртке не могут быть зелёный и оранжевый квадраты, так как они тоже наложатся друг на друга. Значит, один из этих квадратов точно должен быть отрезан.

Получается, что обязательно нужно отрезать либо зелёный, либо оранжевый квадрат - 2 варианта. И для каждого из этих случаев можно отрезать либо фиолетовый, либо коричневый, либо розовый - 3 варианта. Итого $2 \cdot 3 = 6$ возможных комбинации.

Посмотрим на полученные развёртки:



Легко убедиться, что из каждой из них действительно можно сложить куб.)

