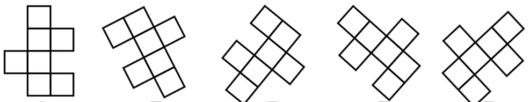
Тур_2 - 3 класс - решения

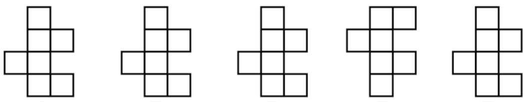
1. МатеМаша вырезала 5 одинаковых фигурок и разложила на столе. Одна фигурка лежит не той стороной вверх, что другие. Найдите эту фигурку.

☐ А;
☐ Б;
☐ В;
☐ Г;
☐ Д.



А Б В Г Д

Ответ: Г. (Мысленно повернем все фигурки таким образом, чтобы полоска из 4 клеток располагалась вертикально, два выступающих квадратика были справа, а один выступающий квадратик - слева:



А Б В Г Д

Фигурки А, Б, В и Д выглядят одинаково, а фигурка Г отличается. Значит, перевёрнута фигурка Г.)

2. В магазине продаются чёрные и белые шляпки - всего 20 шляпок. На чёрных шляпках по 3 цветочка, на белых - по 1 цветочку. Всего на всех шляпках 42 цветочка. Сколько чёрных шляпок продаётся в магазине?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 11. (Временно уберём цветочки со всех шляпок. Теперь вернём на все шляпки по 1 цветочку - на это потребуется 20 цветочков. Осталось вернуть ещё 42-20=22 цветочка - их нужно прикрепить к чёрным шляпкам. На каждую чёрную шляпку нужно добавить ещё 3-1=2 цветочка. Значит, чёрных шляпок 22:2=11.)

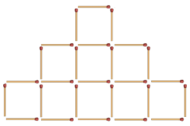
3. К некоторому числу прибавили его сумму цифр и получили 2025. Приведите один пример такого числа.

Замечание: Достаточно привести один пример.

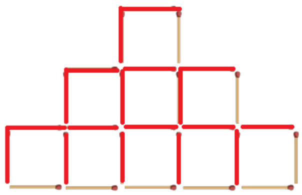
Ответ: например, 1998 или 2016. (Действительно, 1998+1+9+9+8=2025 и 2016+2+0+1+6=2025.)

4. ПрограМиша выложил из спичек трёхэтажную постройку, как на рисунке. Сколько спичек потребуется, чтобы собрать такую же постройку, но в 6 этажей?

Замечание: На каждом следующем этаже (если двигаться снизу вверх) на 2 квадрата меньше, чем на предыдущем. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 89. (Всю постройку разделим на уголки в 2 спички и посчитаем количество таких уголков:



Уголков столько же, сколько квадратов, то есть в 6-этажной постройке на первом этаже 1 уголок, на втором - 3, на третьем - 5, на четвертом - 7, на пятом - 9, на шестом - 11. Всего 1+3+5+7+9+11=36 уголков по 2 спички, то есть пока получается 72 спички. Остаётся прибавить 6 спичек, которые стоят сбоку на каждом этаже, и 11 спичек с нижнего этажа. Всего 72+6+11=89 спичек.)

5. ПрограМиша стёр несколько цифр в примере на вычитание и нарисовал на месте каждой стёртой цифры звездочку. Чему равна сумма всех стёртых цифр?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

```
_ 1 0 * 1 * *
    * 8 * 8 5
  -----------
    3 3 3 3 3
```

Ответ: 24. (Посмотрим на разряд единиц. При вычитании 5 получилось 3. Значит, вычитание было из числа 3+5=8, то есть в разряде единиц у уменьшаемого была цифра 8.

В разряде десятков при вычитании 8 получилось 3. Значит, вычитание было из числа 3+8=11. Так как при вычитании единиц из разряда десятков ничего не “занимали”, то в разряде десятков у уменьшаемого стояла цифра 1. И заметим, что в этом действии мы “занимали” 1 из разряда сотен.

В разряде сотен в уменьшаемом стоит 1, а разность получается 3. При этом из сотен “занимали” 1. Значит, и в этом вычитании придётся “занимать” единицу из разряда тысяч, то есть вычитание было такое: 10-=3. Получается, что на месте звёздочки стояла цифра 7.*

*Аналогично, в разряде тысяч при вычитании 8 получилось 3. Так как 3+8+1=12, вместо * стояла цифра 2.*

*А в разряде десятков тысяч вместо * стояла цифра 6, так как 10-1-3=6.*

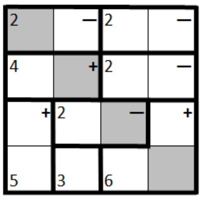
Получается, что полностью пример выглядит так:

$$\begin{array}{r} -\,102118 \\ 68785 \\ \hline 33333 \end{array}$$

Сумма всех стёртых цифр равна 2+1+8+6+7=24.)

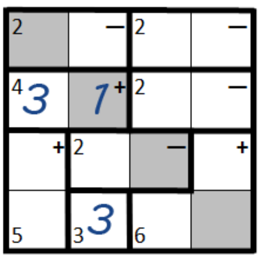
6. МатеМаша нарисовала квадрат 4 на 4 клетки. Во всех клетках квадрата она расставила числа от 1 до 4 так, что в каждом столбце и в каждой строке числа не повторяются. Затем некоторые ячейки МатеМаша объединила в группы - граница каждой группы обведена жирной линией. В каждой группе она сложила или вычла имеющиеся числа, в одному углу группы записала результат, а в другом углу - действие в этой группе. После этого все исходные числа МатеМаша стёрла. Какие числа стояли первоначально на выделенной диагонали?

Замечание: Укажите в ответе эти 4 числа, в порядке от левого верхнего к правому нижнему углу, без запятых и пробелов.



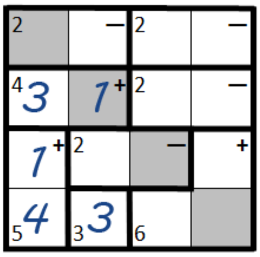
Ответ: 2, 1, 4, 2. (Сначала заметим, что есть ячейка, в которой только одно число и нет знаков арифметических действий - в эту ячейку ставим число 3.

Посмотрим на группу с суммой 4. Получить 4 можно только либо 1+3, либо 2+2. Но так как в одной строке числа не должны повторяться, то остаётся только вариант 1+3, причём слева стоит 3, а справа 1 (чтобы два числа 3 не оказались в одном столбце):

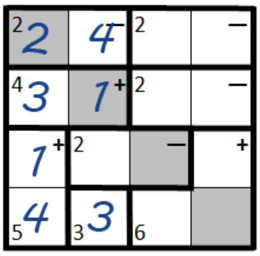


Заметим, что есть несколько групп по две клетки с разностью 2. В каждой такой группе могут стоять либо 1 и 3, либо 2 и 4. В одной такой группе в 3-й строке могут быть только 2 и 4 в каком-то порядке, так как слева не может стоять ни 1, ни 3. Пока запомним это.

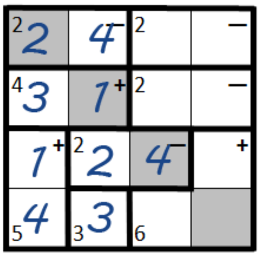
Теперь посмотрим на группу с суммой 5. Сумму 5 можно получить либо как 2+3, либо как 1+4. Но так как в первом столбце уже есть число 3, то вариант 2+3 не подойдёт. Значит, остаётся только вариант 1+4, причём сверху 1, снизу 4 (так как в третьей строке в группе “2-” стоят 2 и 4).



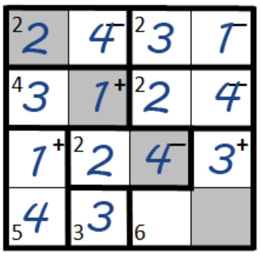
В оставшейся клетке первого столбца может быть только 2. А значит, в группе с ней стоит 4:



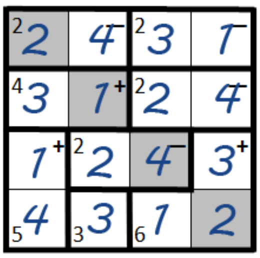
В оставшейся пустой клетке 2-го столбца нужно поставить 2, а значит, рядом с ней будет 4:



Теперь в крайней правой клетке 3-й строки можно поставить только 3. И после этого можно определить, в каком порядке нужно поставить числа в верхних двух группах “2-”:



Теперь можно заполнить оставшиеся две клетки:



Получается, что на диагонали стоят числа 2,1,4, 2.)

7. Лиса Алиса лжёт по пятницам, субботам и воскресеньям, а в остальные дни она говорит правду. Кот Базилио лжёт по понедельникам, вторникам и средам, а в остальные дни он говорит правду. В один из дней на прошлой неделе они оба сказали: “Вчера я лгал(а)”. В какие дни недели это могло произойти?

☐ Понедельник;
☐ вторник;
☐ среда;
☐ четверг;
☐ пятница;
☐ суббота;
☐ воскресенье.

Ответ: Понедельник. (Лиса Алиса не могла сказать этого в субботу и в воскресенье, потому что это было бы правдой, а она лжёт в эти дни. Аналогично, кот Базилио не мог этого сказать во вторник и в среду. Остаются понедельник, четверг и пятница.
Лиса Алиса могла сказать так в понедельник, так как в воскресенье она лжёт, а в понедельник говорит правду. Кот Базилио тоже мог так сказать в понедельник, так как в воскресенье он говорит правду, а в понедельник лжёт. То есть это могло произойти в понедельник.
В четверг лиса Алиса не могла этого сказать, так как она говорит правду и в среду, и в четверг.
В пятницу кот Базилио не мог этого сказать, так как он говорит правду и в четверг, и в пятницу.
Получается, что такое могло произойти только в понедельник.)

8. Известно, что 2 тетради и 3 ручки стоят 195 рублей, а 7 тетрадей и 5 ручек стоят 358 рублей. Сколько рублей стоят 11 тетрадей и 7 ручек?
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 512. (Пусть Т рублей - цена тетради, а Р рублей - цена ручки. Запишем кратко условие задачи:
2Т+3Р=195,
7Т+5Р=358.
Если удвоить первую покупку, то получится, что 4Т+6Р=195+195=390. Теперь добавим к этому вторую покупку: 4Т+7Т+6Р+5Р=390+358, то есть 11Т+11Р=748. Получается, что Т+Р=748:11=68, то есть одна тетрадь и одна ручка вместе стоят 68 рублей.
Теперь, зная, что 2Т+3Р=195, а 2Т+2Р=68+68=136, получаем, что Р=195-136=59, то есть ручка стоит 59 рублей. И тогда тетрадь стоит 68-59=9 рублей.

*Остаётся найти стоимость 11 тетрадей и 7 ручек: 11*9+7*59=99+413=512 рублей.)*

9. В море расположено 30 островов. Эти острова принадлежат Тридевятому, Тридесятому и Тричетырнадцатому царствам.

Тридевятое царство расположено на 9-ти островах, и каждый из них соединён золотыми мостами ровно с 4-мя другими островами Тридевятого царства.

Все острова Тридесятого царства разбиты на два региона, причём в одном из регионов больше 10-ти, но меньше 20-ти островов. В Тридесятом царстве мостом соединены только все пары островов из разных регионов. В этом царстве серебряные мосты, и их на 6 больше, чем золотых мостов.

Все остальные острова принадлежат Тричетырнадцатому царству, и в нём каждый остров соединём хрустальным мостом с каждым из остальных островов. Сколько всего хрустальных мостов в Тричетырнадцатом царстве?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

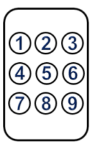
*Ответ: 21. (В Тридевятом царстве 9*4:2=18 золотых мостов. Значит, в Тридесятом царстве 18+6=24 серебряных моста.*

*Выясним, сколько островов в Тридесятом царстве. Они разделены на 2 региона, и мостом соединены только острова из разных регионов. Значит, если в первом регионе x островов, а во втором y островов, то мостов получится x*y. И это количество равно 24. Вот все способы представить 24 в виде произведения двух натуральных чисел: 24=1*24=2*12=3*8=4*6. Так как в одном из регионов больше 10-ти, но меньше 20-ти островов, то подходит только вариант 2*12. Значит, в одном регионе 2 острова, а в другом - 12. Значит, всего в Тридесятом царстве 2+12=14 островов.*

*Получается, что в Тричетырнадцатом царстве 30-9-14=7 островов. Так как каждый соединён мостом с каждым из 6-ти остальных, то мостов 7*6:2=21.)*

10. ПрограМиша придумывает четырёхзначный пароль для своего телефона. Он может использовать цифры от 1 до 9, без повторений. Кроме того, для удобства он хочет, чтобы каждая следующая цифра в пароле располагалась по соседству с предыдущей (по вертикали, горизонтали или диагонали). Сколько возможных комбинаций пароля он может использовать?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 496. (Рядом с цифрами 1, 3, 7 и 9 по 3 соседние цифры, то есть они равнозначны по количеству соседних цифр. Будем называть эти цифры угловыми.

Цифры 2, 4, 6 и 8 тоже равнозначны друг другу - у каждой из них по 5 соседей. Будем называть их средними.

И только у цифры 5 - 8 соседей.

Пусть ПЕРВАЯ цифра - любая из УГЛОВЫХ (4 варианта). Тогда для второй цифры пароля есть 3 варианта: 2 варианта - одна из средних цифр, 1 вариант - цифра 5.

** Рассмотрим сначала случай, когда на втором месте средняя цифра (2 варианта). В этом случае далее у нас будет 4 варианта для третьей цифры: угловая (1 вариант); средняя (2 варианта); цифра 5 (1 вариант).*

*(1 вариант) Если третья цифра угловая, то остаётся всего 2 варианта. Итого 4*2*2=16 комбинаций.*

*(2 варианта) Если третья цифра средняя, то для последней цифры в одном случае 3, а в другом - 4 варианта. Итого 4*2*3+4*2*4=24+32=56 комбинаций.*

*(1 вариант) Если третья цифра 5, то для четвёртой цифры остаётся 6 вариантов. Итого 4*2*6=48 комбинаций.*

** Теперь рассмотрим случай, когда на втором месте цифра 5. В этом случае у нас есть 7 вариантов продолжения: 4 варианта средней цифры и 3 варианта угловой цифры.*

*Если третья цифра средняя, то в случае средней цифры рядом с первой угловой цифрой (2 варианта) у нас 3 варианта для четвёртой цифры. А если средняя цифра не рядом с угловой (2 варианта), то у нас 4 варианта для четвёртой цифры. Итого 4*2*3+4*2*4=56 комбинаций.*

*Если третья цифра угловая (3 варианта), то для четвёртой цифры 2 варианта. Итого 4*3*2=24.*

Таким образом, всевозможных вариантов пароля, начинающегося с угловой цифры, 16+56+48+56+24=200 штук.

Теперь пусть ПЕРВАЯ цифра - любая из СРЕДНИХ (4 варианта). Тогда для второй цифры есть 5 вариантов: одна из угловых цифр (2 варианта), одна из средних цифр (2 варианта), цифра 5 (1 вариант).

** Рассмотрим сначала случай, когда на втором месте одна из угловых цифр (2 варианта). В этом случае далее возможны 2 варианта: цифра 5 или средняя цифра.*

*Если на третьем месте цифра 5, то для четвёртой цифры есть 6 вариантов. Итого 4*2*6=48 комбинаций.*

*Если на третьем месте средняя цифра (2 варианта), то возможны 3 варианта для четвёртой цифры. Итого 4*2*3=24.*

** Если на втором месте одна из средних цифр (2 варианта), то для третьей цифры возможны такие варианты: угловые цифры (2 варианта), одна средняя цифра, цифра 5.*

*Если на третьем месте угловая цифра (2 варианта), то для четвёртой цифры, либо 1, либо 2 варианта. Итого 4*2*1+4*2*2=24 комбинации.*

*Если на третьем месте средняя цифра, то для четвёртой цифры 4 варианта. Итого 4*2*4=32 комбинации.*

*Если же на третьем месте цифра 5, то для четвёртой цифры есть 6 вариантов. Итого 4*2*6=48 комбинаций.*

** Теперь рассмотрим случай, когда на втором месте цифра 5. В этом случае у нас есть 7 вариантов* *третьей цифры: 3 варианта средней цифры и 4 варианта угловой цифры.*

*Если третья цифра средняя (3 варианта), то в случае средней цифры рядом с первой средней цифрой (2 варианта) у нас 3 варианта для четвёртой цифры. А если средняя цифра не рядом с первой средней цифрой (1 вариант), то у нас 4 варианта для четвёртой цифры. Итого 4*2*3+4*1*4=40 комбинаций.*

*Если третья цифра угловая рядом с первой средней цифрой (2 варианта), то для четвёртой цифры 1 вариант. Если третья угловая цифра не рядом с первой средней (2 варианта), то для четвёртой цифры 2 варианта. Итого 4*2*1+4*2*2=24 комбинации.*

Таким образом, всевозможных вариантов пароля, начинающегося со средней цифры, 48+24+24+32+48+40+24=240 шт.

Теперь пусть ПЕРВАЯ цифра 5. Для второй цифры есть такие варианты: угловая цифра (4 варианта), средняя цифра (4 варианта).

** Рассмотрим сначала случай, когда на втором месте одна из угловых цифр (4 варианта). В этом случае для третьей цифры возможны 2 варианта средней цифры. Для каждого варианта третьей цифры возможны 3 варианта четвёртой цифры. Итого 4*2*3=24 комбинаций.*

** Если на втором месте одна из средних цифр (4 варианта), то для третьей цифры возможны такие варианты: угловая цифра (2 варианта), средняя цифра (2 варианта).*

*Если на третьем месте угловая цифра (2 варианта), то для четвертой цифры есть только один вариант. Итого 4*2=8 комбинаций.*

*Если на третьем месте средняя цифра (2 вариата), то для четвёртой цифры 3 варианта. Итого 4*2*3=24 комбинации.*

Таким образом, всевозможных вариантов пароля, начинающегося с цифры 5,: 24+8+24=56 шт.

Итого всех вариантов пароля 200+240+56=496.)