



## Тур\_1 - 4 класс - решения

1. В Изумрудном городе живёт 100 коротышек. Все они платят в казну налог изумрудами - по 1 изумруду с коротышки. Город делится на два района: Восточный и Западный, в которых живёт поровну коротышек. Мэр города приказал увеличить налог для жителей Западного района в 3 раза, а для жителей Восточного - в 2 раза. Сколько изумрудов поступит в казну после очередного сбора налога со всех жителей?

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 250. (В каждой части города живёт поровну коротышек, то есть по 50 коротышек в Западном и Восточном районах. Коротышки из Западного района должны будут заплатить  $50+50+50=150$  изумрудов. А жители Восточного района -  $50+50=100$  изумрудов. Итого в казну поступит  $150+100=250$  изумрудов.)*

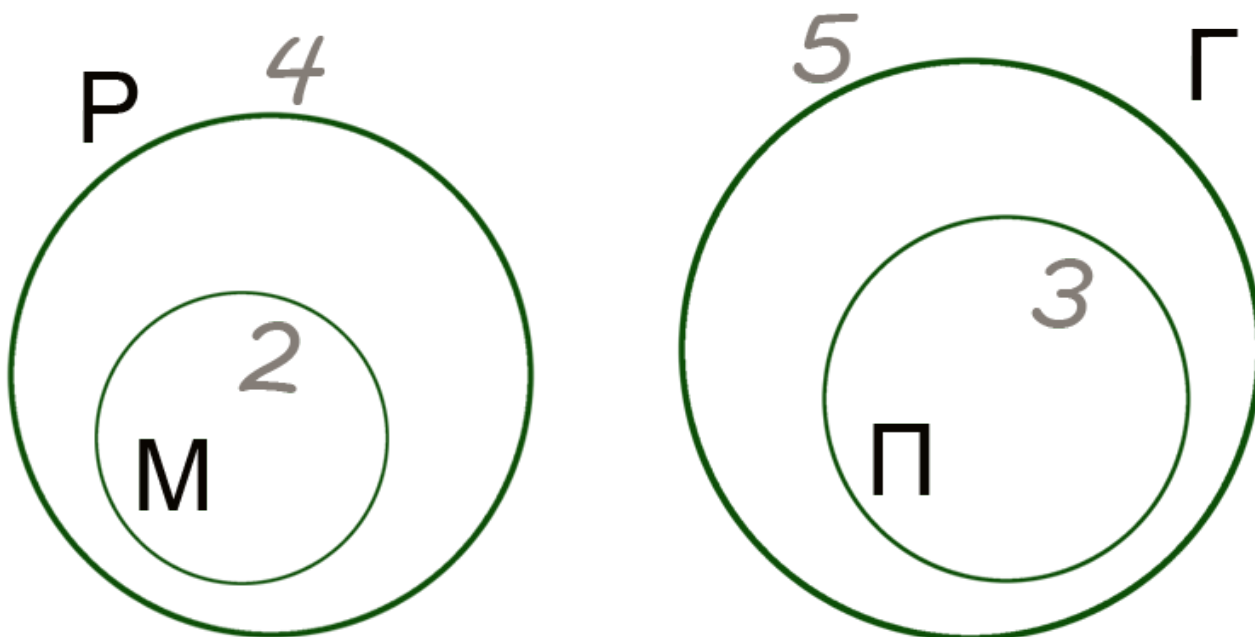
2. В старшей группе детского сада 15 человек. Манную кашу любят 2 человека, пшеничную - 3 человека, рисовую - 4, а гречневую - 5. Все, кто любит манную кашу, любят и рисовую. Все, кто любит пшеничную кашу, любят и гречневую. А все, кто любит гречневую кашу, не любят рисовую. Сколько человек в группе не любит ни одну из этих каш?

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 6. (Все, кто любит манную кашу, любят и рисовую. Значит, 2 человека, которые любят манную кашу, входят в те 4, которые любят рисовую. Все, кто любит пшеничную кашу, любят и гречневую. Значит, 3 человека, которые любят пшеничную кашу, входят в те 5, которые любят гречневую.*

*А вот 4 человека, которые любят рисовую кашу, и 5, которые любят гречневую - это разные дети, потому что все, кто любит гречневую кашу, не любят рисовую.*



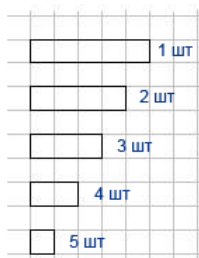


Значит, любителей каши в группе  $4+5=9$ . А ни одну из каш не любят  $15-9=6$  человек.)

3. У ПрограМиши есть нестандартный набор кораблей для игры в “Морской бой”: 1 корабль “пятипалубный”, 2 корабля - “четырёхпалубные”, 3 - “трёхпалубные”, 4 - “двухпалубные” и 5 - “однопалубных”. На квадратном поле какого наименьшего размера он сможет разместить все имеющиеся корабли, если следовать правилу игры для расстановки кораблей?

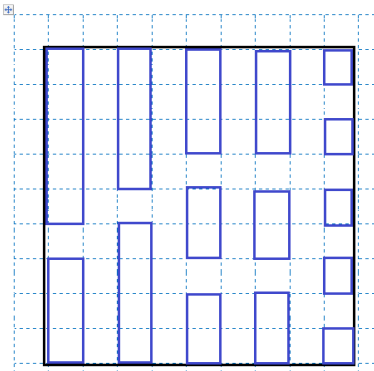
Замечание: По правилам, два корабля не должны соприкасаться - ни стороной, ни углом.

- 5x5;
- 6x6;
- 7x7;
- 8x8;
- 9x9;
- 10x10;
- 11x11;
- 12x12.



Ответ: 9x9. (На поле 9x9 корабли могут поместиться, например, так:





Покажем, что на поле  $8 \times 8$  корабли разместить нельзя. Допустим, что корабли разместить удалось. Разобьём квадрат  $8 \times 8$  на квадратики  $2 \times 2$  - 4 ряда по 4 квадратики. Таких квадратиков получилось 16. Ясно, что в одном квадратике  $2 \times 2$  не может быть занято кораблями 3 или более клеток - один корабль может занимать только клетки на одной прямой линии, а два корабля не могут соприкоснуться. Значит, в каждом таком квадрате обязательно должно быть свободно минимум 2 клетки. Значит, всего должно остаться свободными минимум 16 раз по 2, то есть минимум 32 клетки. А всего в квадрате  $8 \times 8$  64 клетки. Значит, корабли могут занимать максимум  $64 - 32 = 32$  клетки. Но корабли занимают  $5 + 4 + 4 + 3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 35$  клеток. Значит, на поле  $8 \times 8$  все корабли не разместить. Из этого следует, что и на меньшем поле их не разместить - иначе можно было бы выделить в квадрате  $8 \times 8$  меньшее поле, разместить на нём корабли, и они поместились бы и на поле  $8 \times 8$ .)

4. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды собрались 4 жителя острова.

Первый сказал: "Среди нас ровно 2 лжеца".

Второй сказал: "Среди нас ровно 3 лжеца".

Третий сказал: "Мы все лжецы".

Четвёртый сказал: "Нет, хотя бы один рыцарь среди нас есть".

Кто из этих четверых лжецы?

Первый;

второй;

третий;

четвёртый;

никто, все четверо рыцари.

Ответ: второй, третий. (Посмотрим на фразу третьего островитянина. "Мы все лжецы" не мог сказать рыцарь. Значит, третий точно лжец.

Тогда его фраза - ложь, то есть не все четверо лжецы. А значит, фраза четвёртого "хотя бы один рыцарь среди нас есть" - правда. Это означает, что четвёртый сказал правду, то есть он точно





рыцарь.

Осталось выяснить, кем являются первый и второй.

Второй не может быть рыцарем. Действительно, мы уже знаем, что четвёртый точно рыцарь. Получается, что второй утверждает, что все, кроме четвёртого - лжецы. Но рыцарь не может это сказать. Значит, второй - лжец.

Итак, второй и третий - лжецы, а четвёртый рыцарь. Остался первый. Если первый лжец, то лжецов трое, то есть фраза второго - правда. Но второй лжец, он не мог сказать правду.

Получается, что первый может быть только рыцарем. Получаем, что первый и четвёртый - рыцари, а второй и третий - лжецы. И тогда фразы первого и четвёртого действительно истинны, а фразы второго и третьего - ложны.)

5. На планете Эть в неделе 8 дней: Ать, Еть, Ить, Отъ, Уть, Ыть, Ють, Ять (именно в таком порядке). А в месяце всегда 40 или 41 день, причём такие месяцы чередуются: в чётных месяцах чётное количество дней, а в нечётных - нечётное. В году 14 месяцев, называются они по номерам: 1-й, 2-й, 3-й, и так далее. Однажды первое число 1-го месяца выпало на Ать. Какие месяцы этого года будут начинаться с Ыть?

- 2-й;
- 3-й;
- 4-й;
- 5-й;
- 6-й;
- 7-й;
- 8-й;
- 9-й;
- 10-й;
- 11-й;
- 12-й;
- 13-й;
- 14-й;
- ни один из месяцев не будет начинаться с Ыть.

Ответ: 10, 11. (В 1-м месяце 41 день - это полные 5 недель и ещё 1 день. Значит, первое число 2-го месяца выпадет на Еть.

Во 2-м месяце 40 дней, это полные 5 недель, поэтому в 3-м месяце первое число снова выпадет на Еть.

В 3-м месяце снова 5 недель и 1 день, то есть первое число 4-го месяца выпадет на Ить. А в 4-м месяце ровно 5 недель, и 5-й снова начнётся с Ить.

И так далее:





в 6-м и 7-м месяцах первое число выпадет на *Отъ*;

в 8-м и 9-м - на *Уть*;

в 10-м и 11-м - на *Ыть*;

в 12-м и 13-м - на *Ють*;

в 13-м - на *Ять*;

Значит, только 10-й и 11-й месяцы того же года будут начинаться с *Ыть*.)

6. ПрограМиша решил составить “магический квадрат”. Ему нужно расставить в клетках квадрата 3 на 3 числа от 2 до 10 (каждое по одному разу), чтобы суммы чисел во всех столбцах, всех строках и двух самых длинных диагоналях были одинаковые. На рисунке показано, куда ПрограМиша поставил числа 8 и 9. Какое число будет стоять в клетке со знаком вопроса?

- 2;
- 3;
- 4;
- 5;
- 6;
- 7;
- 10;
- ПрограМиша не сможет так расставить числа.

	8	
		?
9		

Ответ: 10. (Посчитаем сумму всех чисел, которые нужно поставить:  $2+3+4+5+6+7+8+9+10=54$ . Значит, в каждой строке сумма должна быть равна 18 ( $18+18+18=54$ ).

Покажем, что в центральную клетку можно поставить только число 6. Если туда поставить 5 или меньше, то некуда будет поставить число 2, так как  $2+5=7$ , и сумму 18 в ряду с числами 2 и 5 не получить. Если же туда поставить 7 или больше, то некуда будет поставить 10, так как  $10+7=17$ , и сумму 18 тоже в этом ряду не получить.

Значит, в центре должно стоять число 6. А тогда можно поставить числа в средней клетке нижнего ряда ( $18-6-8=4$ ) и правой клетке верхнего ряда ( $18-6-9=3$ ). После этого можно определить и остальные числа:

7	8	3
2	6	10
9	4	5





*В итоге в клетке со знаком вопроса получилось число 10.)*

7. МатеМаша взяла две ленты одинаковой длины: жёлтую и зелёную. Жёлтую ленту она разрежала на одинаковые кусочки, и кусочков получилось больше 23. Зелёную ленту МатеМаша тоже разрежала на одинаковые кусочки, но не на такие же, как у жёлтой ленты. Оказалось, что суммарная длина 6 жёлтых кусочков такая же, как суммарная длина 13 зелёных кусочков. Какое наименьшее число кусочков могло получиться суммарно из двух лент?

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 76. (Жёлтых кусочков больше 23, то есть минимум 24 - это 4 раза по 6. Каждые 6 жёлтых кусочка равны 13 зелёным кусочкам. Значит, зелёных кусочков минимум  $13 \cdot 4 = 52$ . При этом ровно 24 жёлтых кусочка и 52 зелёных могло быть - в этом случае все условия задачи выполняются. Значит,  $24 + 52 = 76$  - наименьшее число кусочков, которое могло получиться.)*

8. Число будем называть "удачным", если цифры, из которых оно состоит, можно разбить на две группы, суммы цифр в которых равны. Например, число 65814 - удачное, так как  $6+5+1=8+4=12$ . Найдите наименьшее удачное пятизначное число, следом за которым идёт тоже удачное число.

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 10449. (У удачного числа сумма всех цифр должна быть чётной: ведь цифры должны разбиваться на две группы с равными суммами. Если последняя цифра не 9, то при увеличении числа на 1 увеличится только последняя цифра, а тогда меняется чётность суммы цифр. То есть за числом с чётной суммой будет идти число с нечётной суммой, которое не может быть удачным. Значит, чтобы два удачных числа шли подряд, при прибавлении 1 к первому числу должен происходить переход через десяток. Значит, последняя цифра первого удачного числа должна быть 9.*

*Наименьшее пятизначное удачное число с цифрой 9 в разряде единиц - 10089 (число начинается на  $100^{**}$ , на конце у него 9 - получаем  $100 \cdot 9$ ; а так как сумма в группе, куда попадёт 9, будет не меньше 9, то во второй группе сумма должна быть тоже минимум 9, то есть  $1+8$ ). Но следующее за ним 10090 с чётной суммой цифр, но не удачное - цифры не разбить на две группы с суммой 9.*

*Следующее пятизначное удачное число - это 10179 (тоже сумма остальных цифр, кроме 9, должна быть минимум 9). За ним идёт 10180 - не удачное.*

*Следующее удачное число 10269, за ним идёт 10270 - не удачное.*

*Следующее удачное число 10359, за ним идёт 10360 - не удачное.*

*А вот следующее удачное число 10449, за ним идёт 10450 - удачное ( $1+4+0=5+0$ ). Значит, 10449 - искомое число.)*





9. МатеМаша шифрует слова, заменяя каждую букву её номером в алфавите. Например, слово ОВАЛ зашифруется как 163113. Будем считать "словом" любую последовательность букв (например, АБВ считаем "словом"). Некоторые различные "слова" могут давать одинаковую последовательность цифр. Сколько различных "слов" зашифруется как 11223344?

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 13. (Всего в алфавите 33 буквы. Значит, последние две четвёрки могут означать только ГГ (букв с номерами 34 и 44 нет).*

*Рассмотрим, какие буквы могут шифроваться как 112233. Одна буква может шифроваться одной или двумя цифрами. Перечислим буквы, которые можно получить из имеющихся комбинаций:*

*1=А, 2=Б, 3=В, 11=Й, 12=К, 22=Ф, 23=Х, 33=Я.*

*Перечислим все варианты, как число 112233 можно разбить на группы по 1 и 2 цифры, и запишем "слова", которые будут получаться. В конце везде будем дописывать 4, 4, которые означают ГГ.*

*1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4 - ААББВВГГ*

*11, 2, 2, 3, 3, 4, 4 - ЙББВВГГ*

*1, 12, 2, 3, 3, 4, 4 - АКБВВГГ*

*1, 1, 22, 3, 3, 4, 4 - ААФВВГГ*

*1, 1, 2, 23, 3, 4, 4 - ААБХВГГ*

*1, 1, 2, 2, 33, 4, 4 - ААББЯГГ*

*11, 22, 3, 3, 4, 4 - ЙФВВГГ*

*11, 2, 23, 3, 4, 4 - ЙБХВГГ*

*11, 2, 2, 33, 4, 4 - ЙББЯГГ*

*1, 12, 23, 3, 4, 4 - АКХВГГ*

*1, 12, 2, 33, 4, 4 - АКБЯГГ*

*1, 1, 22, 33, 4, 4 - ААФЯГГ*

*11, 22, 33, 4, 4 - ЙФЯГГ*

*Всего получается 13 "слов".)*

10. Буквами А, Б, В, Г, Д и Е зашифрованы цифры (разными буквами зашифрованы разные цифры). Известно, что  $A+B=G$ ,  $B+V=D$ ,  $G+D=E$ . Чему может быть равна сумма  $G+E$ ?

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 11, 12, 13, 14, 15. (Ясно, что ни одна из букв не 0, так как иначе какие-то из букв были бы равны, а, по условию, разные буквы - это разные цифры.*

*Тогда  $G=A+B$  не меньше чем  $1+2=3$ . Но тогда  $D$  не больше 6, так как  $G+D=E$ , а  $E$  не больше 9.*

*Итак,  $G$  не больше 6, а  $E$  не больше 9, значит,  $G+E$  не больше чем  $6+9=15$ .*

*Оценим наименьшее возможное значение  $G+E$ .  $G$  не меньше 3, а  $E=G+D=A+B+B+V$  - это не меньше чем  $1+1+2+3=7$ . Значит,  $G+E$  не меньше чем  $3+7=10$ .*





Посмотрим, может ли  $\Gamma+E$  быть равно 10. Пусть  $\Gamma+E=10$ . Это может быть только в случае, когда  $\Gamma=3$ , а  $E=7$ . Заметим, что  $E=7$  только при условии, что  $E=1+1+2+3$ , то есть Б - это 1, а А и В - это 2 и 3 в каком-то порядке. Но тогда  $\Gamma=3$  и какая-то из цифр А и В тоже 3, а такого быть не может. Значит,  $\Gamma+E=10$  не может быть.

Таким образом,  $\Gamma+E$  может быть только в пределах от 11 до 15. А все эти варианты возможны. Например. так:

$A=2, B=1, V=4$  тогда  $\Gamma=3, D=5, E=8$ , и тогда  $\Gamma+E=3+8=11$ ;

$A=1, B=2, V=4$  тогда  $\Gamma=3, D=6, E=9$ , и тогда  $\Gamma+E=3+9=12$ ;

$A=1, B=3, V=2$  тогда  $\Gamma=4, D=5, E=9$ , и тогда  $\Gamma+E=4+9=13$ ;

$A=2, B=3, V=1$  тогда  $\Gamma=5, D=4, E=9$ , и тогда  $\Gamma+E=5+9=14$ ;

$A=4, B=2, V=1$  тогда  $\Gamma=6, D=3, E=9$ , и тогда  $\Gamma+E=6+9=15$ .)

