Тур_2 - 4 класс - решения

1. Сегодняшняя дата записывается как 23.01.2022. Какую самую далёкую дату в будущем можно получить, переставив цифры в сегодняшней дате?

Замечание: В ответе укажите только дату в формате ДД.ММ.ГГГГ.

Ответ: 20.10.3222. (У самой далёкой даты должен быть максимально большой год. Самый большой год, который можно составить - это 3222. Остаются четыре цифры: 0, 0, 1, 2. Значит, месяц должен быть или 01, или 02, или 10, или 12. Самый удалённый из них - 12-й месяц. Но тогда для числа остаются только цифры 0 и 0, то есть дату не составить. Следующий по удалённости - 10-й месяц. Тогда для числа остаются цифры 2 и 0. Самое большое число, которое можно из них составить - это 20.. Получаем дату 20.10.3222.)

2. ПрограМиша выбирает какие-нибудь 3 разных двузначных числа, перемножает цифры каждого из них и складывает 3 полученных произведения. Какое самое большое число он может получить в результате?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

*Ответ: 225. (Самое большое произведение цифр у числа 99: это 9*9=81. Следующие по величине произведения у чисел 98 и 89 - это 8*9=72. Значит, наибольшая сумма трёх произведений равняется 81+72+72=225.)*

3. ПрограМиша разными буквами зашифровал разные цифры, а одинаковыми - одинаковые. Чему равно произведение Я*Н*В*А*Р*Ь?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

ОО + О = ЛЁД

Я · Н · В · А · Р · Ь = ?

Ответ: 5040. (Сложив двузначное число ОО и однозначное число О, получить трёхзначное можно только одним способом: 99+9=108. Значит, О=9, Л=1, Ё=0, Д=8.

*В целом в шифровке используется 10 различных букв. Цифры 9, 1, 0, 8 уже заняты. Значит, Я, Н, В, А, Р, Ь - это цифры 2, 3, 4, 5, 6, 7 в каком-то порядке. Поскольку произведение не зависит от порядка сомножителей, то Я*Н*В*А*Р*Ь=2*3*4*5*6*7=5040.)*

4. МатеМаша с семьей приехали в Москву, чтобы навестить своих родственников: Афанасьевых, Борисовых, Васильевых и Григорьевых - каждых по одному разу. К Григорьевым семья МатеМаши может пойти только после того, как сходит к Борисовым, так как Борисовы хотят передать Григорьевым подарки. Сколькими способами семья МатеМаши может посетить всех родственников в Москве?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 12. (Будем записывать семьи первыми буквами фамилий - А, Б, В, Г.
Если Борисовы (Б) будут первыми, то дальше остальные семьи могут идти в любом порядке:
БАВГ, БАГВ, БВАГ, БВГА, БГАВ, БГВА - 6 вариантов.
Если Борисовы будут вторыми, то Григорьевы не могут быть первыми. В этом случае возможны только такие варианты:
АБВГ, АБГВ, ВБАГ, ВБГА - 4 варианта.
Если Борисовы будут третьими, то Григорьевы могут быть только четвёртыми. В этом случае возможны такие варианты:
АВБГ, ВАБГ - 2 варианта.
А последними Борисовы быть не могут.
Всего получаем 6+4+2=12 вариантов.)

5. На ежегодный Съезд Нечисти приехали вампиры, колдуньи и оборотни. Вампиры всегда говорят правду, колдуньи всегда лгут, а оборотни через раз то говорят правду, то лгут. Вечером 13 участников Съезда встали в круг у костра. Вдруг один из них сказал: “Мой правый сосед - оборотень!” Тот возмутился, указав на говорившего: ”Он лжёт!” Тогда персонаж справа от него в свою очередь указал на него и сказал: ”Он лжёт!” И так далее по кругу каждый следующий сосед справа указывал на предыдущего говорившего (своего левого соседа) и произносил фразу “Он лжёт!” Это продолжалось ровно 3 круга, пока не взошла луна. Сколько оборотней было у костра?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 13. (Заметим, что первый персонаж, произнесший ”Он лжёт!”, таким образом опровергает то, что он оборотень, а следующий, произнесший ”Он лжёт!”, подтверждает то, что предыдущий оборотень. И так далее: персонажи через одного то соглашались с первым высказыванием, то нет. Но так как у костра нечётное количество персонажей, то те, кто на первом кругу соглашались с высказыванием, на следующем кругу - опровергали его. Значит, они все были оборотнями. То есть первый персонаж, сказавший соседу справа “Ты - оборотень”, сказал правду. Такое могло быть, если он оборотень. Значит, у костра были только оборотни, то есть оборотней было 13.)

6. Есть еловые и сосновые поленья. Если распилить пополам все еловые поленья, то всего получится

35 поленьев. Если распилить пополам все сосновые поленья, то всего получится 43 полена. Сколько сосновых поленьев?

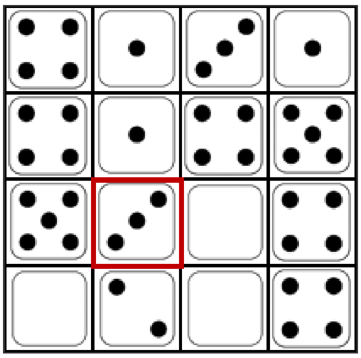
Замечание: При распиливании пополам из одного полена получается два полена. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 17. (Обозначим количество еловых поленьев - Е, количество сосновых - С.
Если распилить пополам все еловые поленья, то еловых поленьев станет в 2 раза больше, чем было. Значит, 35 - это С+Е+Е.
Если распилить пополам все сосновые поленья, то сосновых поленьев станет в 2 раза больше, чем было. Значит, 43 - это Е+С+С.
*Сложим эти два количества: 35+43=(С+Е+Е)+(Е+С+С), то есть 78=3*С+3*Е.*
Получается, что С+Е=78:3=26.
Итак, С+Е=26, С+С+Е=43. Значит, С=43-26=17.)

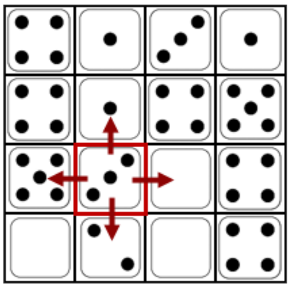
7. МатеМаша взяла из набора 8 костяшек домино и выложила их в виде квадрата 4 на 4. На рисунке выделена половинка одной доминошки. Сколько очков на второй половинке этой доминошки?

Замечание: У МатеМаши стандартный набор домино, на каждой половинке доминошки от 0 до 6 точек. Одинаковых доминошек в наборе нет.

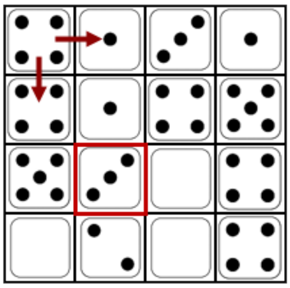
☐ 0;
☐ 1;
☐ 2;
☐ 3;
☐ 4;
☐ 5;
☐ 6.



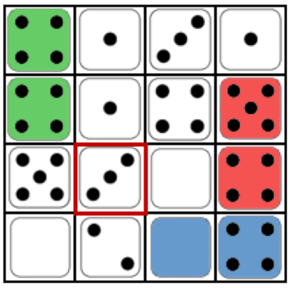
Ответ: 1. (На второй половинке доминошки не может быть 3, 4 или 6 точек - рядом с выделенным квадратом есть только квадраты с 0, 1, 2 и 5 точками. Выясним, как лежит доминошка с выделенным квадратом.



Сначала посмотрим на левый верхний угол. Там доминошка может лежать либо вертикально, либо горизонтально.

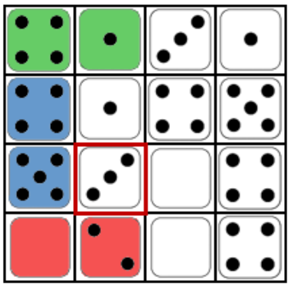


Рассмотрим сначала случай, когда она лежит вертикально: 4-4. Тогда в правом нижнем углу не может быть ещё одна доминошка 4-4, значит, там доминошка лежит горизонтально: 4-0. Второй доминошки 4-0 в наборе нет, поэтому рядом с ней доминошка может лежать только вертикально: 4-5.

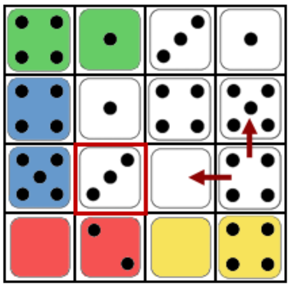


Но тогда клетка в правом верхнем углу может быть занята только горизонтальной доминошкой: 1-3. А клетка рядом с ней (с 1 точкой) может быть занята только вертикальной доминошкой 1-1. После этого посмотрим на выделенную клетку:

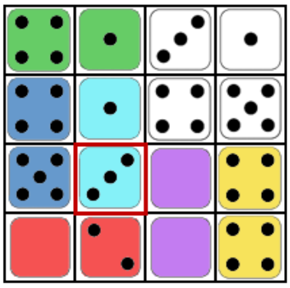
Там может находиться только вертикальная доминошка: 4-о. Но доминошка 4-0 уже есть в правом *нижнем углу (синяя), а одинаковых доминошек в наборе нет. Значит, такой случай невозможен. Итак, получается, что в левом верхнем углу может лежать только горизонтальная доминошка 4-1. Тогда под ней расположена вертикальная доминошка 4-5 (поскольку двух 4-1 в наборе нет). Тогда клетка в левом нижнем углу может быть занята только горизонтальной доминошкой 0-2.*



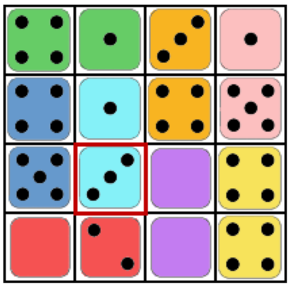
Теперь посмотрим на правый нижний угол. Допустим, там лежит горизонтальная доминошка 4-0. Но над ней клетка с 4-мя точками - это либо горизонтальная доминошка 4-0, либо вертикальная 4-5. Но обе такие доминошки уже есть на картинке (синяя и жёлтая).



Значит, в левом нижнем углу лежит вертикальная доминошка 4-4. Тогда слева от неё может быть тоже только вертикальная доминошка 0-0. Тогда выделенная клетка может быть занята только вертикальной доминошкой:



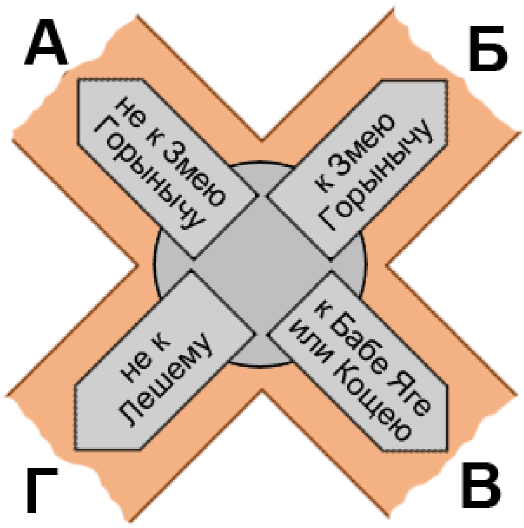
А остальные две доминошки тогда располагаются вертикально, поскольку доминошки 3-1 и 4-5 уже есть на поле:



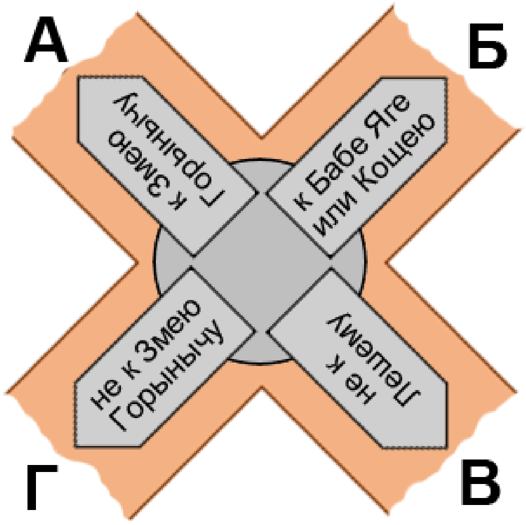
В этом случае все доминошки на картинке разные, то есть такое расположение доминошек возможно. Получается, что выделенная клетка - это половинка от доминошки 3-1, то есть на второй половине 1 точка.)

8. На перекрестке дорог стоит большой камень со стрелками. Одна из дорог ведёт к дому Бабы Яги, другая дорога - к Кощею, третья - к Лешему и четвёртая - к Змею Горынычу. Когда-то камень стоял так, что на всех стрелках была написана правда. Но потом кто-то повернул камень, и теперь только одна из надписей верная. Какая надпись верная?

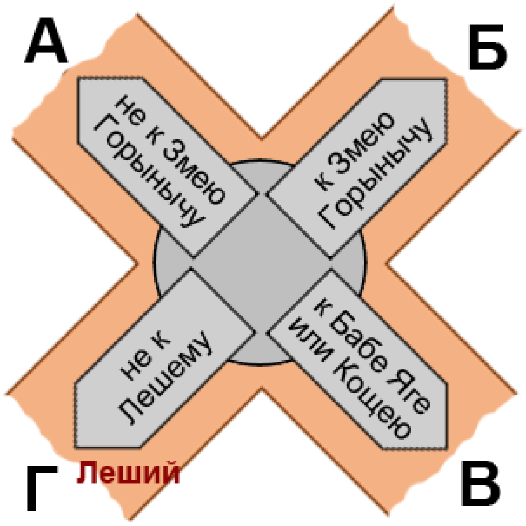
☐ (А) не к Змею Горынычу;
☐ (Б) к Змею Горынычу;
☐ (В) к Бабе Яге или Кощею;
☐ (Г) не к Лешему.



Ответ: В. (Ясно, что правдивая надпись - не Б, потому что тогда камень стоял бы так же, как и раньше, но тогда и остальные надписи были бы правдивые.
Предположим, что правдива надпись Г - "не к Лешему", то есть дорога Г действительно не к Лешему. Тогда надпись А ложная, и направление А - к Змею Горынычу. Тогда раньше камень был повёрнут на четверть оборота против часовой стрелки, чтобы надпись Б "к Змею Горынычу" была истинной:

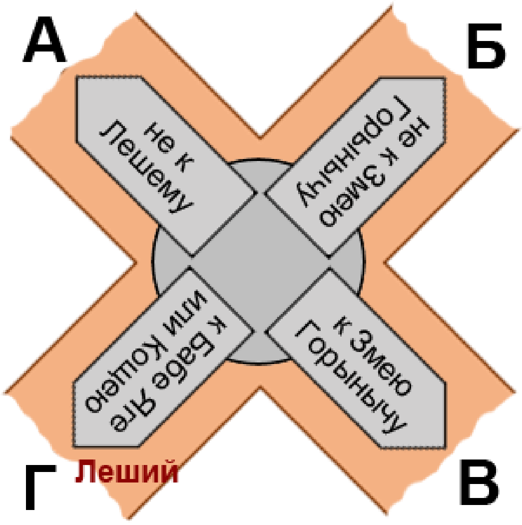


Тогда получается, что ни одна дорога не ведёт к Лешему:
дорога Г - не к Лешему (мы предположили, что надпись Г - правда),
дорога А - к Змею Горынычу, то есть тоже не к Лешему,
дорога Б - к Бабе Яге или Кощею, то есть тоже не к Лешему,
дорога В - не к Лешему, потому что раньше все надписи были истинными.
Получается, что надпись Г тоже не является единственной правдивой. А значит, она ложна, и дорога Г ведёт именно к Лешему.



Итак, правдивая надпись - либо А, либо В.
Пусть правдива надпись А - "не к Змею Горынычу". Но тогда дороги А, Б и Г ведут не к Змею Горынычу:
А - мы предположили, что надпись А правдивая,
Б - точно ложь, то есть дорога не к Змею Горынычу,
Г - эта дорога к Лешему.
Остаётся только дорога В - она ведёт к Змею Горынычу. Тогда раньше камень был повёрнут на

четверть оборота по часовой стрелке.

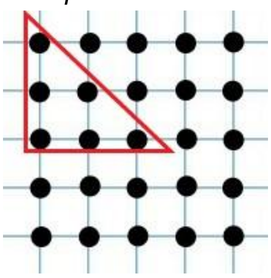


Но тогда надпись "Баба Яга или Кощей" раньше указывала на дом Лешего, а этого не может быть. Значит, и надпись А не может быть правдивой. Осталась только надпись В.
Надпись В может быть правдивой. Например, так:
дорога А - к Змею Горынычу,
дороги Б и В - к Бабе Яге и Кощею (в любом порядке),
дорога Г - к Лешему.
Камень раньше был повёрнут на четверть оборота против часовой стрелки - в этом случае раньше все надписи были истинными, а сейчас истинна только надпись В.)

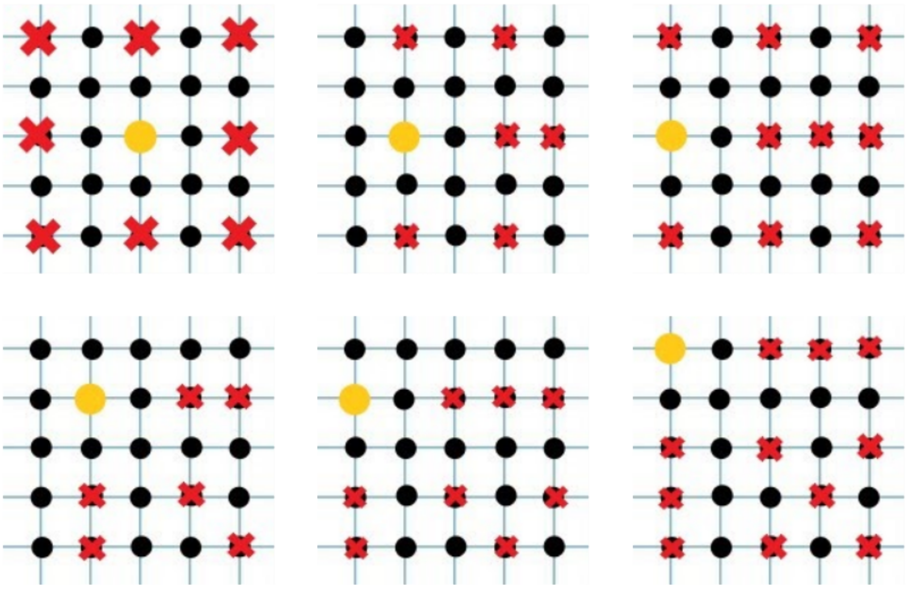
9. На площади установлено 25 столбов с фонарями в виде квадрата: 5 рядов по 5 фонарей в каждом ряду. Один включённый фонарь освещает другой фонарь, если между ними на прямой нет других фонарей (себя фонарь тоже освещает). Какое наибольшее количество фонарей можно осветить, включив только один фонарь?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 19. (Рассмотрим, сколько фонарей освещает каждый фонарь. Достаточно рассмотреть 6 фонарей, выделенных на картинке - для других фонарей всё будет аналогично какому-то из выбранных.



Для простоты будем считать, сколько фонарей не освещено. На картинке будем их зачеркивать, а включенный фонарь будем обозначать жёлтым кружком. Получаются такие варианты:

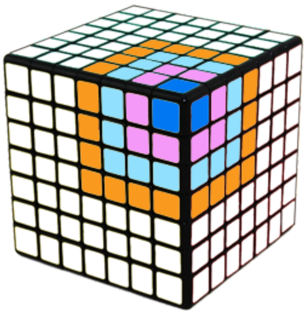


На первой картинке получилось 8 неосвещённых фонарей, на второй - 6, на третьей - 9, на четвёртой - 6, на пятой - 8, на шестой - 11. Наименьшее количество - 6. Значит, максимальное количество освещенных фонарей 25-6=19.)

10. МатеМаша взяла кубик 7х7х7 и на каждой грани нарисовала сетку из квадратиков 1х1. Дальше каждый квадратик она покрасила в красный, жёлтый или зелёный цвет так, чтобы соседние по стороне квадратики (в том числе и на разных гранях кубика) были разного цвета. Какое наименьшее число зелёных квадратиков у неё могло получиться?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 26. (Рассмотрим кубик 7х7х7. При вершине куба находятся 3 квадратика, эти 3 квадратика образуют замкнутую цепочку (синий цвет на картинке). Вокруг этой цепочки расположена следующая цепочка из 9 квадратиков (розовый цвет на картинке). Следующие цепочки получатся длиной 15 квадратиков (голубая) и 21 квадратик (оранжевая):

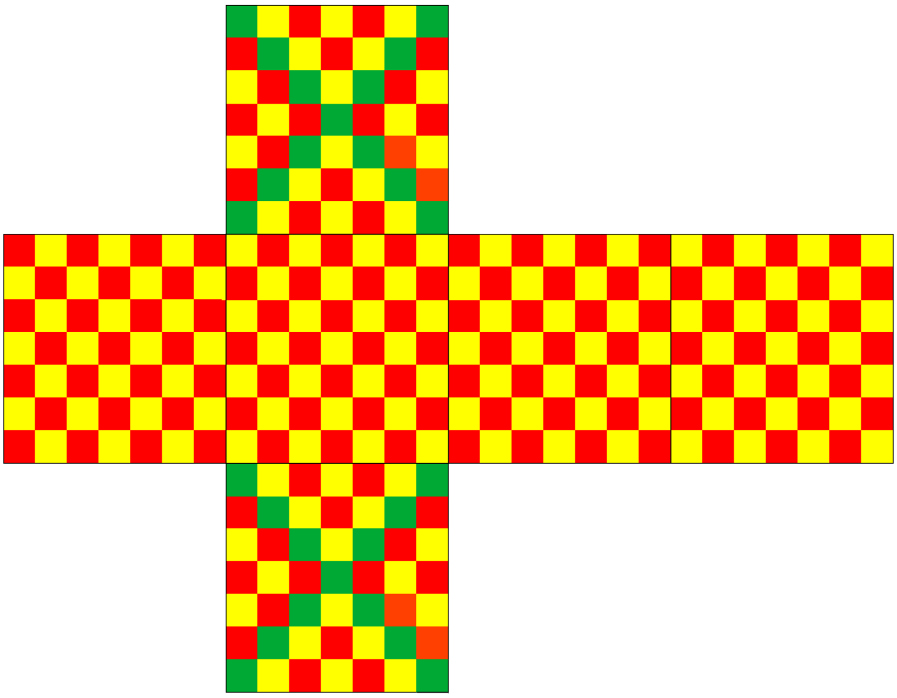


Получается 4 непересекающиеся замкнутые цепочки. В каждой такой цепочке нечётное число

квадратиков. Значит, цепочку нельзя покрасить только в 2 цвета, чтобы выполнялись условия задачи. Значит, в каждой такой цепочке будет хотя бы по 1 зелёному квадратику.

Теперь возьмем вокруг двух противоположных вершин куба по 4 таких цепочки квадратиков, а вокруг остальных 6-ти вершин только по 3 цепочки - получим 8+18=26 непересекающихся замкнутых цепочек:

Каждая такая цепочка должна содержать хотя бы один зелёный квадратик. Значит, зелёных квадратиков не меньше 26. Покажем на развёртке, как можно раскрасить куб в 3 цвета с 26 зелёными квадратиками.



Зеленых квадратиков на верхней и нижней гранях по 13, а всего 13+13=26.)