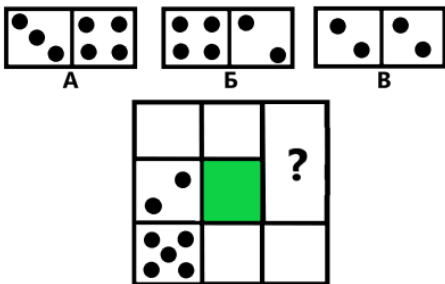


Тур_1 - 4 класс - решения

1. У ПрограМиши есть 4 доминошки. Он хочет положить их в форме квадрата так, чтобы суммарное количество точек вдоль каждой стороны квадрата было равно 9. Одну доминошку он уже положил. Какая доминошка должна быть на месте знака вопроса?

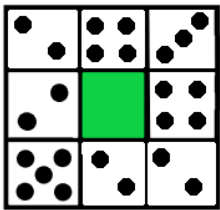
- А;
 Б;
 В;
 так сложить квадрат невозможно.



Ответ: А. (Вдоль нижней стороны уже есть 5 точек. Значит, вдоль нижней стороны квадрата ПрограМиша может положить только доминошку, на которой суммарное количество точек равно $9-5=4$. Это только доминошка В.

Чтобы вдоль левой стороны квадрата было 9 точек, нужно положить доминошку, у которой на одной из половинок $9-5-2=2$ точки. Из оставшихся доминошек это только доминошка Б.

Остаётся только доминошка А. И действительно, если её положить на месте знака вопроса, чтобы сверху было 3 точки, получается квадрат, у которого вдоль каждой стороны по 9 точек:



Значит, на месте знака вопроса должна быть доминошка А.)

2. Большой квадрат разбит на 2 квадрата и 2 прямоугольника. Периметры квадратов 12 см и 28 см. Найдите периметр жёлтого прямоугольника.

Замечание: Периметр - это сумма длин всех сторон. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую) - периметр в сантиметрах.





P=12 см	P=?
	P=28 см

Ответ: 20. (Периметр первого квадрата 12 см, значит, сторона этого квадрата $12:4=3$ см.

Периметр второго квадрата 28 см, значит, сторона этого квадрата $28:4=7$ см.

Одна сторона жёлтого прямоугольника равна стороне первого квадрата, а вторая сторона - стороне второго квадрата. Значит, стороны прямоугольника 3 см и 7 см. Значит, его периметр равен $3+3+7+7=20$ см.)

3. ПрограМиша в квадрате 3 на 3 клетки в каждой клетке написал одну цифру. При этом цифры в соседних (по стороне) клетках отличаются ровно на 1. Сколько различных цифр может быть написано в клетках квадрата? Укажите все возможные варианты.

- 1;
- 2;
- 3;
- 4;
- 5;
- 6;
- 7;
- 8;
- 9.

Ответ: 2; 3; 4; 5. (В квадрате 3 на 3 есть клетки трёх сортов: центральная, середины сторон и угловые клетки. Середины сторон являются соседними по стороне с центральной клеткой.

По условию, цифры в серединах сторон отличаются на 1 от центральной в ту или другую сторону.

Угловые клетки являются соседними с серединами сторон, поэтому цифры в угловых клетках могут или отличаться на 2 от цифры в центральной клетке, или совпадать с ней.

Значит, все цифры в квадрате отличаются от центральной цифры не более, чем на 2. И тогда всего может быть не более 5-ти различных цифр.

Но, по условию, цифры в соседних клетках отличаются, поэтому различных цифр и не менее 2-х.

Покажем, что все варианты от 2-х до 5-ти различных цифр возможны:

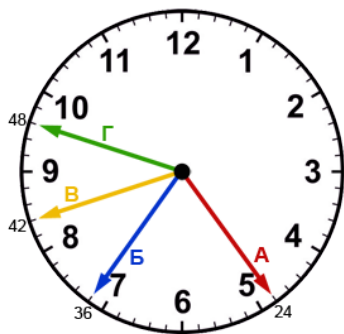


5	4	5	3	4	5	3	4	5	3	4	5
4	5	4	4	5	4	4	5	6	4	5	6
5	4	5	5	4	3	5	6	5	5	6	7

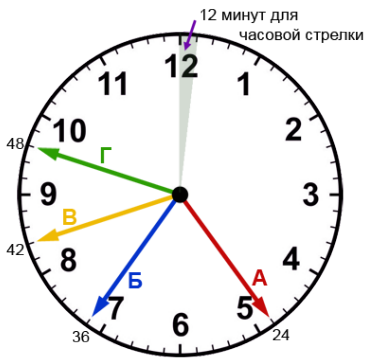
Значит, различных цифр может быть 2, 3, 4 или 5.)

4. Однажды Незнайка решил, что будет жить по собственному времени, которое отличается от времени в Цветочном городе. Он смастерил часы с 4-мя стрелками. Две из этих стрелок - часовая и минутная - показывают его, Незнайкино, время. А две другие стрелки - тоже часовая и минутная - показывают время в Цветочном городе (их Незнайка сделал на всякий случай, чтобы знать время у других коротышек). Все 4 стрелки одинаковой длины, но разных цветов. Сейчас красная стрелка указывает ровно на 24 минуты, синяя - ровно на 36 минут, жёлтая - ровно на 42 минуты, а зелёная - ровно на 48 минут. Но на самом деле две стрелки - часовые. Какие же стрелки часовые?

- (А) красная;
 (Б) синяя;
 (В) жёлтая;
 (Г) зелёная;
 невозможно определить.



Ответ: (В) жёлтая; (Г) зелёная. (Каждый часовой промежуток разделён на 5 равных частей - минутная стрелка проходит такую часть за 1 минуту. Выясним, за сколько минут такую часть проходит часовая стрелка. Для этого 1 час, то есть 60 минут разделим на 5 равных частей. 60 - это 5 раз по 12 ($12+12+12+12+12=60$). Значит, часовая стрелка проходит этот промежуток за 12 минут.



Теперь выясним, какие две стрелки часовые, а какие - минутные.

Предположим, что красная стрелка (А) - часовая. Она находится между 4-мя и 5-ю часами и указывает на деление в 24 минуты. Значит, после 4-х часов прошло 4 раза по 12 минут, то есть 48 минут. То есть красная стрелка указывает на время 4 часа 48 минут, и парой к красной часовой стрелке минутная стрелка должна указывать на 48 минут - это зелёная стрелка (Г). Тогда синяя и жёлтая стрелки должны тоже составлять пару из минутной и часовой стрелки. Но если часовая стрелка - синяя, то время должно быть 7 часов 12 минут, а жёлтая стрелка показывает не на 12 минут. Если же, наоборот, часовая стрелка - жёлтая, то должно быть время 8 часов 24 минуты. Но синяя стрелка показывает не на 24 минуты.

Итак, получается, что красная стрелка не может быть одной из двух часовых.

Синяя стрелка (Б) тоже не может быть часовой - в этом случае время должно быть 7 часов 12 минут, но нет стрелки, которая указывает на 12 минут.

Таким образом, часовыми могут быть только жёлтая и зелёная стрелки (В и Г).

Тогда жёлтая стрелка указывает на время 8:24, то есть в паре с ней минутная стрелка - красная (А).

А зелёная стрелка указывает на время 9:36, то есть в паре с ней минутная стрелка - синяя (Б.)

5. В гонке участвуют Молния Маккуин и Чикко Хиккс. Они стартовали одновременно, но Чикко Хиккс сразу набрал максимальную скорость, а Маккуину нужно время, чтобы разогнаться. Чикко Хиккс за каждую минуту проезжает 2 км. Молния Маккуин за первую минуту проехал 1 км, за вторую - 1 км 200 м, за третью - 1 км 400 м, и т. д. Через сколько минут после старта Молния Маккуин догонит Чикко Хиккса?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 11. (Составим таблицу, в которой отметим, сколько проедет каждый участник через 1, 2, 3 и т.д. минуты:





	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Молния Маккуин	1 км	2 км 200 м	3 км 600 м	5 км 200 м	7 км	9 км	11 км 200 м	13 км 600 м	16 км 200 м	19 км	22 км	25 км 200 м
Чикко Хиккс	2 км	4 км	6 км	8 км	10 км	12 км	14 км	16 км	18 км	20 км	22 км	24 км

Получается, что к концу 11-й минуты Молния Маккуин проедет столько же, сколько Чикко Хиккс, то есть они сравниваются.)

6. На космическом корабле работает команда инопланетян. У каждого из них по 5 рук и по 3 ноги. Группе поступила команда “взять ноги в руки”. В результате выполнения команды все ноги оказались взяты в руки - каждую ногу держала одна чья-то рука. Причём у нескольких инопланетян все руки оказались заняты, а у оставшихся 4-х все руки были свободными. Сколько всего инопланетян в команде?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 10. (Свободные руки остались у 4-х инопланетян. Значит, всего свободных рук осталось $5+5+5+5=20$. А занятых рук столько же, сколько всего ног. Если все инопланетяне отпустят те ноги, которые сейчас взяли, а вместо этого каждый возьмёт только свои 3 ноги, то у каждого останется по $5-3=2$ свободные руки. При этом занятых рук снова будет столько же, сколько всего ног. Значит, и свободных рук тоже опять будет 20. Но теперь у каждого получится по 2 свободные руки, а 20 - это 10 раз по 2. Значит, всего инопланетян 10.)

7. Трое пиратов, Джек, Билл и Питер, встретились в таверне. У каждого пирата было несколько монет, а всего у них вместе было 48 монет. Джек предложил, чтобы каждый разделил половину своих монет поровну между двумя другими пиратами. Так сам Джек и поступил. После этого и Билл разделил половину своих монет, которые у него на тот момент были, поровну между другими пиратами. А за ним так поступил и Питер. После этого у всех пиратов оказалось одинаковое количество монет. Сколько монет было у Питера до обменов?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 26. (В итоге у всех пиратов оказалось поровну монет. При этом общее количество как было, так и осталось 48. Значит, в конце у каждого пирата оказалось по $48:3=16$ монет.

Перед этим Питер разделил половину своих монет поровну между Джеком и Биллом, после чего у него осталось 16 монет. Значит, отдал он тоже 16 монет - по 8 Биллу и Джеку. Значит, до раздачи у Питера было $16+16=32$ монеты, а у Джека и у Билла по $16-8=8$ монет.

Перед этим Билл разделил половину своих монет между Джеком и Питером, и у него осталось 8 монет. Значит, раздал он тоже 8 монет - по 4 Питеру и Джеку. Получается, что до раздачи у Билла





было $8+8=16$ монет, у Джека $8-4=4$ монеты, у Питера $32-4=28$.

А перед этим Джек разделил половину своих монет поровну между двумя другими пиратами, и у него осталось 4 монеты. Значит, раздал он тоже 4 монеты - по 2 каждому из остальных. Таким образом, до первой раздачи у Джека было $4+4=8$ монет, у Билла $16-2=14$ монет, а у Питера $28-2=26$ монет. Получается, что до обменов у Питера было 26 монет.)

8. У семи гномов есть изумруды массой 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31 карат. Простак хочет взять себе один изумруд. Умник сказал Простаку, что разрешит забрать один изумруд, если Простак сможет все остальные изумруды (кроме одного, который оставит себе) разложить на 6 одинаковых по массе кучек - для остальных гномов. Изумруд с какой наибольшей массой Простак может забрать себе?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 27. (Сложим все массы изумрудов: $3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31=255$ карат. Так как Простаку нужно оставить изумруд наибольшей массы, начнем убирать по одному изумруду, начиная с самого большого, и смотреть, можно ли оставшиеся изумруды разложить на 6 одинаковых кучек:

$255-31=224$ - не делится на 6;

$255-29=226$ - не делится на 6;

$255-27=228$ - делится на 6, $228:6=38$. Попробуем разложить оставшиеся изумруды на 6 кучек по 38 карат:

$31+7=38$;

$29+9=38$;

$25+13=38$;

$23+15=38$;

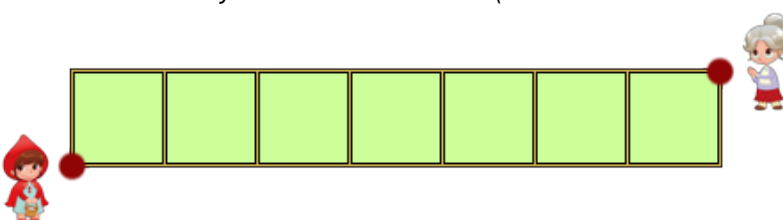
$21+17=38$;

$19+11+5+3=38$.

Значит, Простак может забрать себе изумруд массой 27 карат.)

9. На рисунке изображён план лесных дорожек. Идти можно только по дорожкам, в любом направлении, но нельзя возвращаться в точку, где уже был. Сколько способов у Красной Шапочки дойти до Бабушки?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).





Ответ: 128. (Ясно, что влево по горизонтальным дорожкам двигаться нельзя – иначе придётся вернуться в точку, где уже был. Значит, можно двигаться только вправо, вверх или вниз. Значит, путь будет в любом случае состоять из 7-ми шагов вправо, а между некоторыми из них будут переходы снизу вверх или же сверху вниз.

Вначале, где находится Красная Шапочка, есть 2 варианта: перейти вверх или же остаться на нижней дорожке. После этого в любом случае надо будет сделать шаг вправо. Дальше снова в любом случае будет 2 варианта: перейти на другую горизонтальную дорожку или остаться на той же. Дальше снова будет шаг вправо. И так далее: шаги вправо будут чередоваться с моментами выбора – сделать переход или нет. То есть 7 раз будет выбор из двух вариантов: перейти на другую горизонтальную дорожку или нет. А на последней, 8-й вертикали такого выбора не будет, там будет только один вариант – надо сделать такой выбор, чтобы оказаться в домике бабушки. Значит, всего вариантов дойти до домика бабушки $2*2*2*2*2*2*2=128$.)

10. На собачью выставку пришли 20 такс, 15 спаниелей и 10 фокстерьеров. Некоторые были знакомы друг с другом, некоторые - нет. Каждая такса подарила по косточке каждому знакомому спаниелю и каждому незнакомому фокстерьеру. Каждый спаниель подарил по котлете каждой незнакомой таксе и каждому незнакомому фокстерьеру. А каждый фокстерьер подарил по сосиске каждой знакомой таксе и каждому знакомому спаниелю. Сколько всего понадобилось подарков - косточек, котлет и сосисок вместе?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 650. (Рассмотрим пока только такс и спаниелей. Каждая такса сделала подарок знакомому спаниелю и получила подарок от каждого незнакомого спаниеля. Значит, между каждой таксой и каждым спаниелем произошла передача одного подарка. То есть всего между таксами и спаниелями было передано $20*15=300$ подарков.

Точно так же произошла передача одного подарка между каждой таксой и каждым фокстерьером - если они знакомы, то от фокстерьера к таксе, а если нет - от таксы к фокстерьеру. Значит, для этого понадобилось $20*10=200$ подарков.

И между каждым спаниелем и каждым фокстерьером тоже была передача одного подарка - для этого понадобилось $15*10=150$ подарков.

Значит, всего подарков понадобилось $300+200+150=650$.)

