

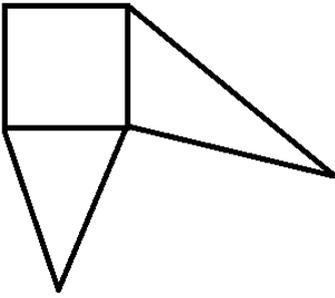


Тур_3 - 3-4 класс - решения

1. Электронные часы показывают часы и минуты от 00:00 до 23:59. Сколько за сутки будет таких моментов, когда все четыре цифры на часах разные и идут в порядке убывания?

Ответ: 0. (Если цифры идут в порядке убывания, то последняя цифра не меньше чем 0, третья не меньше чем 1, вторая не меньше чем 2, а первая не меньше чем 3. Но часы могут быть только от 00 до 23, то есть на первом месте может стоять только 0, 1 или 2. Значит, таких моментов не будет.)

2. На картинке периметры квадрата и двух треугольников равны. Сторона квадрата 5 сантиметров. Найдите периметр получившегося шестиугольника.



Ответ: 40. (Периметр квадрата $5+5+5+5=20$ сантиметров. Так как периметры всех фигур одинаковые, значит, периметры треугольников тоже по 20 сантиметров. Если сложить периметр квадрата и периметры двух треугольников и вычесть из этой суммы 4 стороны квадрата (которые лежат внутри 6-угольника и входят во все три периметра), то получится периметр 6-угольника. То есть периметр 6-угольника равен $20+20+20-5-5-5-5=40$ сантиметров.)

3. Гермиона варит обратное зелье. У неё есть двое песочных часов: одни отмеряют 7 минут, а другие - 10 минут. После добавления сушёных златоглазок зелье нужно варить ровно 9 минут. Как Гермионе отмерить нужное время?

Ответ: Это можно сделать, например, так. Одновременно перевернуть часы на 7 и на 10 минут. По истечении 7 минут перевернуть часы на 7 минут, по истечении 10 минут перевернуть часы на 10 минут. И таким образом переворачивать первые часы каждые 7, а вторые каждые 10 минут. По истечении 21 минуты (3 раза по 7 минут) положить сушёных златоглазок и варить зелье до тех пор, пока часы на 10 минут не отмерят третий раз 10 минут, то есть всего 30 минут. Таким образом, зелье будет вариться $30-21=9$ минут.





4. Есть 10 монет, внешне абсолютно одинаковых. Но среди них есть 2 фальшивые монеты. Все настоящие монеты весят одинаково, а фальшивые монеты разной массы, но обе легче настоящих. За 5 взвешиваний на чашечных весах определите обе фальшивые монеты.

Ответ: Это можно сделать, например, так. Делим все 10 монет на 5 пар по 2 монеты. Дальше проводим взвешивание в каждой паре - это 5 взвешиваний. Если неравенство получилось в двух парах, то фальшивые монеты - это более лёгкие в каждой паре. А если неравенство только в одной паре, то там и есть обе фальшивые монеты - в остальных парах равновесие, то есть там только настоящие монеты.

5. Поменяйте местами 2 цифры, чтобы суммы чисел во всех строках и столбцах стали одинаковыми.

15	31	8
6	17	42
33	16	15

Ответ: нужно поменять местами цифры 1 и 2 у чисел 15 и 42. (Чтобы найти эти цифры, можно поступить так.

Посчитаем, какие сейчас суммы в строках и в столбцах:

15	31	8	54
6	17	42	65
33	16	15	64
54	64	65	

Перестановка двух цифр затронет максимум 2 числа, то есть максимум 2 строки и 2 столбца. Значит, хотя бы в одной строке и в одном столбце сумма после перестановки не изменится. Значит, эти две суммы должны быть с самого начала одинаковыми. То есть в итоге все суммы могут стать либо 54, либо 64, либо 65.

Предположим, что замена уже сделана, и все суммы стали одинаковые. А теперь сделаем обратную перестановку и посмотрим, что при этом изменится. Посмотрим, что происходит, если в одном числе поменять одну цифру. При этом меняется одно число, оно стоит на пересечении одной строки и одного столбца, то есть суммы меняются только в этих строке и столбце. Причём





суммы меняются одинаково, потому что в обеих суммах одинаково изменилось одно и то же слагаемое. Значит, после замены одной цифры в одном числе четыре суммы останутся одинаковыми, а две суммы, которые затронуло изменение, будут другие, но тоже одинаковые - это будут те строка и столбец, на пересечении которых стоит изменённое число.

Значит, в заменах могли участвовать только числа на пересечении строк и столбцов с одинаковыми суммами:

15 (пересечение строки и столбца с суммой 54),

16 (пересечение строки и столбца с суммой 64),

42 (пересечение строки и столбца с суммой 65).

Именно в этих числах надо искать нужную замену.

Если менять цифры в числах 15 и 16, то все суммы нужно сделать равными 65. Это не получится: 15 нужно заменить на $65-6-33=26$, а 16 - на $65-31-17=17$ - такие числа не получить перестановкой двух цифр.

Если менять цифры в числах 16 и 42, то все суммы нужно сделать равными 54. Это тоже не получится: 16 нужно заменить на $54-31-17=6$, а 42 - на $54-15-8=31$ - такие числа не получить перестановкой двух цифр.

А вот если поменять местами цифры 1 и 2 у чисел 15 и 42, то суммы во всех строках и всех столбцах станут равны 64.)

6. На полянке живут 10 зайчиков и 1 белочка. На полянке всегда должна оставаться группа минимум из двух зверят. Каких групп больше: с белочкой или без белочки, и на сколько?

Ответ: с белочкой, на 10. (К каждой группе без белочки можно добавить белочку - получится группа с белочкой. Значит, групп без белочки столько же, сколько групп с белочкой и хотя бы двумя зайчиками. И ещё есть группы из 1 зайчика и 1 белочки. Таких групп 10. Значит, групп с белочкой на 10 больше.)

7. В 2022 году 8 марта пришлось на вторник. Определите ближайший после этого месяца, когда 8-е число снова окажется вторником.

Ответ: ноябрь. (С 8 марта до 8 апреля пройдёт ровно 31 день, то есть 2 недели и 3 дня. Значит, в апреле 8-е число будет пятницей.

С 8 апреля до 8 мая пройдёт ровно 30 дней, то есть 2 недели и 2 дня. Значит, в мае 8-е число будет воскресеньем.

С 8 мая до 8 июня пройдёт ровно 31 день, то есть 2 недели и 3 дня. Значит, в июне 8-е число будет средой.

С 8 июня до 8 июля пройдёт ровно 30 дней, то есть 2 недели и 2 дня. Значит, в июле 8-е число





будет пятницей.

С 8 июля до 8 августа пройдёт ровно 31 день, то есть 2 недели и 3 дня. Значит, в августе 8-е число будет понедельником.)

С 8 августа до 8 сентября пройдёт ровно 31 день, то есть 2 недели и 3 дня. Значит, в сентябре 8-е число будет четвергом.

С 8 сентября до 8 октября пройдёт ровно 30 дней, то есть 2 недели и 2 дня. Значит, в октябре 8-е число будет субботой.

С 8 октября до 8 ноября пройдёт ровно 31 день, то есть 2 недели и 3 дня. Значит, в ноябре 8-е число будет вторником - вот первый раз, когда 8-е число снова пришлось на вторник.)

8. В одном городе все жители либо принципиальные, либо сомневающиеся. Среди принципиальных жителей часть принципиально всегда говорит правду, а остальные - принципиально всегда лгут. А сомневающиеся жители присоединяются к большинству (отвечают так, как большинство до них). А если нельзя определить большинство, сомневающиеся говорят что угодно. Однажды на площади собрали всех 100 жителей города, чтобы провести перепись населения. У каждого по очереди спросили: "Принципиально врущих больше, чем принципиально правдивых?" Ответов "да" и "нет" оказалось одинаковое количество. Какое наибольшее количество сомневающихся могло быть?

Ответ: 50. (Вначале голосов было поровну: 0 "да" и 0 "нет". По итогам голосования голосов также стало поровну: 50 "да" и 50 "нет". Каждый раз в процессе голосования добавляется 1 голос. Заметим, что сомневающийся может только увеличить перевес того или иного ответа:

если до него ответов "да" и "нет" было поровну, то он всё равно даст тот или иной ответ и создаст тем самым перевес;

если каких-то ответов было больше, он ответит так же, тем самым ещё больше увеличив перевес.

Получается, чтобы уравновесить ответы сомневающихся, принципиальных жителей должно быть не меньше, чем сомневающихся. Значит, сомневающихся не больше половины от всех жителей, то есть не больше чем 50.

Покажем, что сомневающихся может быть ровно 50. Например, пусть в городе 50 сомневающихся и 50 принципиально правдивых. В этом случае могли сначала спросить всех сомневающихся, первый из которых ответил бы "да", и тогда все остальные ответили так же. А затем спросить всех принципиально правдивых - они все ответят "нет". Таким образом, ответов "да" и "нет" получится поровну, по 50.)

