



V ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30

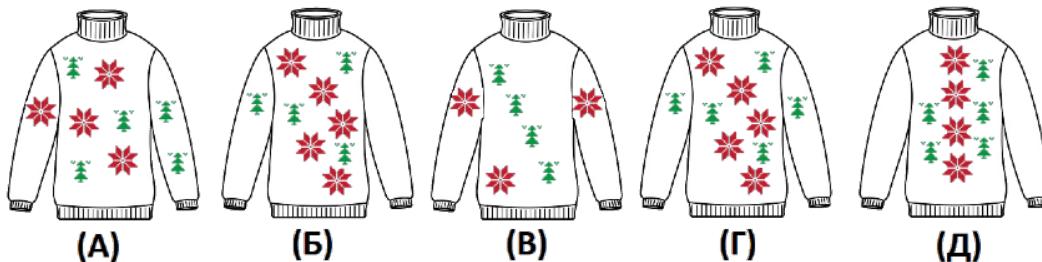


Typ_1 - 1 класс

Typ_1 - 1 класс - решения

1. Каждый свитер сзади выглядит точно так же, как и спереди. На каких свитерах зелёных ёлочек столько же, сколько красных снежинок?

- А;
- Б;
- В;
- Г;
- Д.



Ответ: Г. (На свитере А - 8 снежинок (4 спереди и 4 сзади) и 10 ёлочек (5 спереди и 5 сзади).

На свитере Б - 10 снежинок и 8 ёлочек.

На свитере В - 6 снежинок и 8 ёлочек.

На свитере Г - 10 снежинок и 10 ёлочек.

На свитере Д - 8 снежинок и 10 ёлочек.

Значит, только на свитере Г снежинок и ёлочек одинаково.)

2. В магазине продаются одинаковые мешочки с кристалликами - один мешочек показан на картинке. Матяша хочет сделать бусы для мамы, как на картинке справа. Какое наименьшее количество мешочков ей нужно купить для этого?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 3. (Для бус нужно 3 розовых, 4 фиолетовых, 3 зелёных и 2 жёлтых кристаллика. В мешочке только 1 зелёный кристаллик. Значит, нужно купить не менее 3-х мешочков, чтобы было 3 зелёных кристаллика. А 3-х мешочков достаточно - в них получится $2+2+2=6$ розовых, $3+3+3=9$ фиолетовых, $1+1+1=3$ зелёных и $3+3+3=9$ жёлтых кристалликов. Этого хватит, чтобы сделать бусы, как на картинке.)





В ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

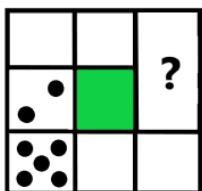
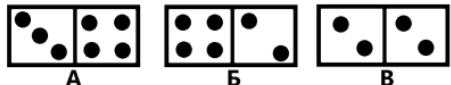
Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Typ_1 - 1 класс

3. У Программиши есть 4 доминошки. Он хочет положить их в форме квадрата так, чтобы суммарное количество точек вдоль каждой стороны квадрата было равно 9. Одну доминошку он уже положил. Какая доминошка должна быть на месте знака вопроса?

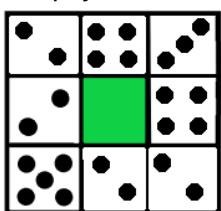
- А;
- Б;
- В;
- так сложить квадрат невозможно.



Ответ: А. (Вдоль нижней стороны уже есть 5 точек. Значит, вдоль нижней стороны квадрата Программиша может положить только доминошку, на которой суммарное количество точек равно $9-5=4$. Это только доминошка В.)

Чтобы вдоль левой стороны квадрата было 9 точек, нужно положить доминошку, у которой на одной из половинок $9-5=2$ точки. Из оставшихся доминошек это только доминошка Б.)

Остаётся только доминошка А. И действительно, если её положить на месте знака вопроса, чтобы сверху было 3 точки, получается квадрат, у которого вдоль каждой стороны по 9 точек:

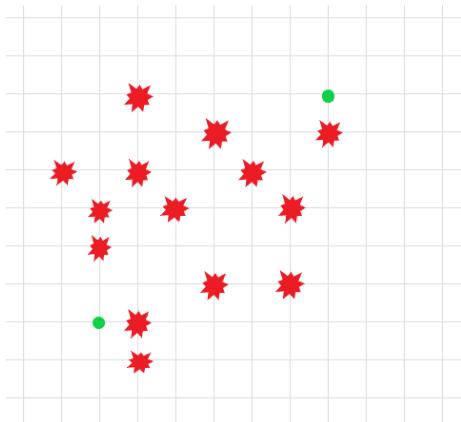


Значит, на месте знака вопроса должна быть доминошка А.)

4. Длина стороны клетки - 1 сантиметр. Какой длины самый короткий путь из одной зелёной точки в другую? Путь может проходить только по сторонам клеток, но не может проходить через красные бомбочки.

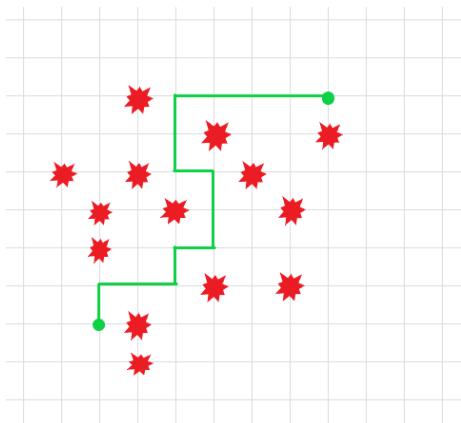
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).





Ответ: 14. (Чтобы попасть из нижней зелёной точки в верхнюю, надо переместиться на 6 клеток вправо и на 6 клеток вверх - итого не меньше чем $6+6=12$ шагов. Но шагами только вправо и вверх до цели не добраться. Значит, придётся сделать хотя бы один дополнительный шаг в сторону "от цели", а значит, и ещё один шаг обратно. То есть понадобится не меньше 14-ти шагов.

За 14 шагов можно добраться из одной точки до другой, например, так:



Длина такого пути 14 сантиметров.)

5. На пальме сидят два попугая: Кеша и Гоша. Один из них жёлтый, а другой зелёный. Попугай Кеша сказал: "Мои перья жёлтого цвета". Гоша ответил: "Мои перья зелёного цвета". Известно, что хотя бы один из них соврал. Какого цвета каждый попугай?

- Кеша зелёного цвета;
- Кеша жёлтого цвета;
- Гоша зелёного цвета;
- Гоша жёлтого цвета;
- невозможно определить.

Ответ: Кеша зелёного цвета; Гоша жёлтого цвета. (Если Кеша сказал правду, то он должен быть





В ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Тип_1 - 1 класс

жёлтого цвета. Но тогда Гоша должен быть зелёным, то есть он тоже сказал правду. Но, по условию, оба не могли сказать правду.

Значит, Кеша соврал, и он зелёный. Но тогда Гоша - жёлтый и он тоже соврал. Это не противоречит условию - если соврали оба, то хотя бы один действительно соврал.)

6. Программиша в квадрате 3 на 3 клетки в каждой клетке написал одну цифру. При этом цифры в соседних (по стороне) клетках отличаются ровно на 1. Сколько различных цифр может быть написано в клетках квадрата? Укажите все возможные варианты.

- 1;
- 2;
- 3;
- 4;
- 5;
- 6;
- 7;
- 8;
- 9.

Ответ: 2; 3; 4; 5. (В квадрате 3 на 3 есть клетки трёх сортов: центральная, середины сторон и угловые клетки. Середины сторон являются соседними по стороне с центральной клеткой.

По условию, цифры в серединах сторон отличаются на 1 от центральной в ту или другую сторону. Угловые клетки являются соседними с серединами сторон, поэтому цифры в угловых клетках могут или отличаться на 2 от цифры в центральной клетке, или совпадать с ней.

Значит, все цифры в квадрате отличаются от центральной цифры не более, чем на 2. И тогда всего может быть не более 5-ти различных цифр.

Но, по условию, цифры в соседних клетках отличаются, поэтому различных цифр и не менее 2-х.

Покажем, что все варианты от 2-х до 5-ти различных цифр возможны:

5	4	5	3	4	5	3	4	5	3	4	5
4	5	4	4	5	4	4	5	6	4	5	6
5	4	5	5	4	3	5	6	5	5	6	7

Значит, различных цифр может быть 2, 3, 4 или 5.)

7. У Программиши есть 6 карточек с цифрами 1, 2, 4, 5, 7 и 8 (по одной цифре на карточке). Программиша взял четыре из этих карточек, составил из них два двузначных числа и посчитал их разность. Какой наименьший результат он мог получить?





В ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Тип_1 - 1 класс

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

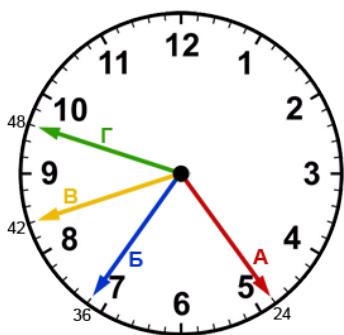
Ответ: 3. (Минимальная разность будет если:

- 1) цифры в разряде десятков отличаются на 1 (так как нет карточек с одинаковыми цифрами, то цифры в разряде десятков не могут быть одинаковыми);
- 2) цифра в разряде единиц у меньшего числа как можно больше;
- 3) цифра в разряде единиц у большего числа как можно меньше.

Самая маленькая цифра - 1, она будет разряде единиц в большем числе. Самая большая цифра - 8, она будет в разряде единиц в меньшем числе. Теперь для разряда десятков из оставшихся цифр надо выбрать две цифры, различающихся на 1 - это 4 и 5. Таким образом, получаем числа 48 и 51, их разность $51-48=3$.)

8. Однажды Незнайка решил, что будет жить по собственному времени, которое отличается от времени в Цветочном городе. Он смастерили часы с 4-мя стрелками. Две из этих стрелок - часовая и минутная - показывают его, Незнайкино, время. А две другие стрелки - тоже часовая и минутная - показывают время в Цветочном городе (их Незнайка сделал на всякий случай, чтобы знать время у других коротышек). Все 4 стрелки одинаковой длины, но разных цветов. Сейчас красная стрелка указывает ровно на 24 минуты, синяя - ровно на 36 минут, жёлтая - ровно на 42 минуты, а зелёная - ровно на 48 минут. Но на самом деле две стрелки - часовые. Какие же стрелки часовые?

- (А) красная;
- (Б) синяя;
- (В) жёлтая;
- (Г) зелёная;
- невозможно определить.



Ответ: (В) жёлтая; (Г) зелёная. (Каждый часовой промежуток разделён на 5 равных частей - минутная стрелка проходит такую часть за 1 минуту. Выясним, за сколько минут такую часть проходит часовая стрелка. Для этого 1 час, то есть 60 минут разделим на 5 равных частей. 60 - это 5 раз по 12 ($12+12+12+12+12=60$). Значит, часовая стрелка проходит этот промежуток за 12 минут.)





Теперь выясним, какие две стрелки часовые, а какие - минутные.

Предположим, что красная стрелка (A) - часовая. Она находится между 4-мя и 5-ю часами и указывает на деление в 24 минуты. Значит, после 4-х часов прошло 4 раза по 12 минут, то есть 48 минут. То есть красная стрелка указывает на время 4 часа 48 минут, и парой к красной часовой стрелке минутная стрелка должна указывать на 48 минут - это зелёная стрелка (Г). Тогда синяя и жёлтая стрелки должны тоже составлять пару из минутной и часовой стрелки. Но если часовая стрелка - синяя, то время должно быть 7 часов 12 минут, а жёлтая стрелка показывает не на 12 минут. Если же, наоборот, часовая стрелка - жёлтая, то должно быть время 8 часов 24 минуты. Но синяя стрелка показывает не на 24 минуты.

Итак, получается, что красная стрелка не может быть одной из двух часовых.

Синяя стрелка (Б) тоже не может быть часовой - в этом случае время должно быть 7 часов 12 минут, но нет стрелки, которая указывает на 12 минут.

Таким образом, часовыми могут быть только жёлтая и зелёная стрелки (В и Г).

Тогда жёлтая стрелка указывает на время 8:24, то есть в паре с ней минутная стрелка - красная (A).

А зелёная стрелка указывает на время 9:36, то есть в паре с ней минутная стрелка - синяя (Б).)

9. На космическом корабле работает команда инопланетян. У каждого из них по 5 рук и по 3 ноги. Группе поступила команда "взять ноги в руки". В результате выполнения команды все ноги оказались взяты в руки - каждую ногу держала одна чья-то рука. Причём у нескольких инопланетян все руки оказались заняты, а у оставшихся 4-х все руки были свободными. Сколько всего инопланетян в команде?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 10. (Свободные руки остались у 4-х инопланетян. Значит, всего свободных рук осталось $5+5+5+5=20$. А занятых рук столько же, сколько всего ног. Если все инопланетяне отпустят те ноги, которые сейчас взяли, а вместо этого каждый возьмёт только свои 3 ноги, то у каждого останется по $5-3=2$ свободные руки. При этом занятых рук снова будет столько же, сколько всего ног. Значит, и свободных рук тоже опять будет 20. Но теперь у каждого получится по 2 свободные



В ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Тип_1 - 1 класс

руки, а 20 - это 10 раз по 2. Значит, всего инопланетян 10.)

10. МатеМаша пошла получать свой заказ, но, пока шла, потеряла бумажку с номером заказа. Она помнит, что номер заказа состоит из 4-х цифр, и в этом номере содержатся числа 52 и 28. Какое наименьшее количество номеров нужно перебрать МатеМаше, чтобы среди них наверняка был нужный?

Замечание: В номере содержится число 52 означает, что в нём подряд есть цифры 5 и 2 именно в таком порядке. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 22. (Так как код состоит из 4-х цифр и в нём содержатся 52 и 28, то возможны варианты:

5228;

2852;

**528;*

528.*

*Вместо звёздочки может стоять любая цифра от 0 до 9, то есть в группах *528 и 528* будет по 10 вариантов. Значит, всего МатеМаше нужно перебрать $10+10+2=22$ номера.)*

