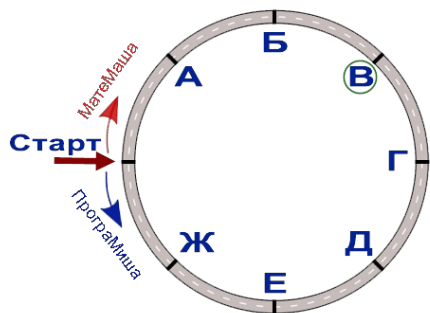


Тур_2 - 4 класс - решения

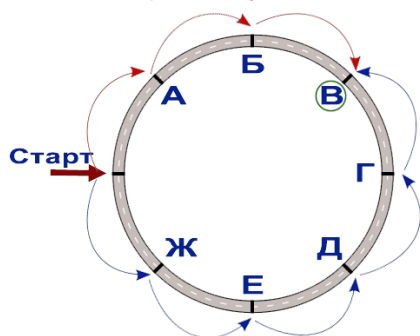
1. ПрограМиша и МатеМаша вышли на пробежку. Дорожка вокруг стадиона разделена на 8 равных частей. Ребята стартовали одновременно в одном месте, но побежали в разные стороны. Первый раз они встретились в точке В. В какой точке произошла вторая встреча?

Замечание: Каждый из ребят бежит с постоянной скоростью.

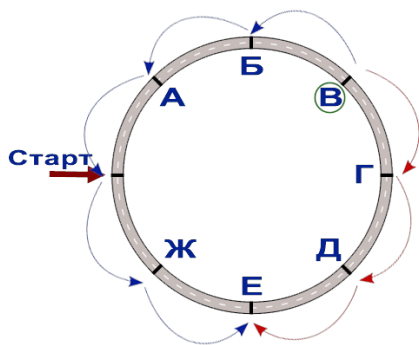
- А;
- Б;
- В;
- Г;
- Д;
- Е;
- Ж.



Ответ: Е. (За то время, пока МатеМаша бежит 3 части круга, ПрограМиша пробегает 5 частей:



Значит, после первой встречи МатеМаша снова пробежит 3 части, а ПрограМиша - 5 частей, и они снова в сумме пробегут полный круг и встретятся:



Значит, вторая встреча произойдёт в точке Е.)

2. МатеМаша записала самое большое и самое маленькое трёхзначные числа, у которых цифры расположены в порядке убывания. Чему равна разность этих двух чисел?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 777. (Самое большое трёхзначное число, у которого цифры расположены в порядке убывания - 987, а самое маленькое - 210. Разность этих чисел $987-210=777$.)

3. Малыш и Карлсон разделили между собой 30 пирожных (разумеется, не поровну). Малыш решил отдать часть своих пирожных Карлсону. Если он отдаст половину всех своих пирожных, то у Карлсона будет меньше 25-ти пирожных. Если же Малыш оставит себе треть своих пирожных, а остальные отдаст, то у Карлсона станет больше 25-ти пирожных. Сколько пирожных у Малыша?

Замечание: При всех дележах пирожные остаются целыми. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 12. (Малыш может поделить свои пирожные на 2 равные части, значит, их количество делится на 2. Кроме того, он может оставить себе треть пирожных, значит, их количество делится и на 3. А значит, оно делится на 6.

Если у Малыша 0 пирожных, то у Карлсона все 30 пирожных, и их не станет меньше 25-ти.

Если у Малыша 6 пирожных, то у Карлсона 24. Тогда если Малыш отдаст Карлсону половину, то есть 3 пирожных, то у Карлсона станет $24+3=27$ пирожных - больше 25, не подходит.

Если же у Малыша 12 пирожных, то у Карлсона 18. Если Малыш отдаст половину, то есть 6 пирожных, то у Карлсона станет $18+6=24$ пирожных, это меньше 25. А если Малыш оставит себе треть (то есть 4 пирожных), а остальные 8 отдаст Карлсону, то у Карлсона станет $18+8=26$ пирожных, это больше 25. Такой вариант подходит.

Если же у Малыша 18 или более пирожных, то когда Малыш отдаст две трети пирожных Карлсону, у Малыша 6 или больше пирожных, а у Карлсона будет не более чем $30-6=24$ пирожных - это меньше 25.





Значит, единственный подходящий вариант - это 12 пирожных.)

4. В доме есть два лифта: грузовой и пассажирский. Грузовой лифт поднимается с 1-го до 2-го этажа за такое же время, за какое пассажирский - с 1-го до 4-го. Чтобы подняться с 3-го этажа на 12-й, пассажирскому лифту нужно 18 секунд. За сколько секунд грузовой лифт поднимется с 5-го этажа на 9-й?

Замечание: Каждый лифт всегда движется с одинаковой скоростью. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 24. (Подъём с 1-го на 2-й этаж - это подъём на 1 промежуток между этажами. А подъём с 1-го на 4-й этаж - это подъём на 3 промежутка между этажами. Значит, пассажирский лифт тратит на 3 промежутка столько же времени, сколько грузовой на 1 промежуток.

*Подъём с 3-го на 12-й этаж - это подъём на 9 промежутков. На это пассажирский лифт тратит 18 секунд. Значит, на 3 промежутка он тратит $18:3=6$ секунд - это столько же, сколько нужно грузовому лифту, чтобы подняться на 1 промежуток. Значит, с 5-го на 9-й этаж, то есть на 4 промежутка, грузовой лифт поднимется за $6*4=24$ секунды.)*

5. МатеМаша написала на листке трёхзначное число. Она разрежала листок так, что на второй части осталась только последняя цифра числа. Сумма чисел на кусочках её листка оказалась равной 93. ПрограМиша написал на своём листке это же число, но отрезал кусочек с первой цифрой. Сумма чисел на кусочках его листка равна 102. Какое трёхзначное число было написано на листках?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 894. (Сумма чисел на кусочках листка МатеМаши - 93. Это сумма двузначного и однозначного числа. Так как однозначное число не более 9, то двузначное число не менее $93-9=84$ и не более 93. Если вторая цифра этого двузначного числа 8 или меньше, то двузначное число на кусочках листка ПрограМиши не больше 89, а значит, у него не могла бы получиться сумма 102. Значит, вторая цифра - 9. Тогда первая цифра - 8, а двузначное число на кусочке МатеМаши - 89. Так как сумма с последней цифрой равна 93, то последняя цифра - это $93-89=4$. И всё число 894. А у ПрограМиши тогда получились числа 8 и 94 - их сумма действительно равна 102.)

6. МатеМаша придумала называть год "интересным", если в нём можно переставить цифры и составить какую-то дату. Например, сейчас 2021 год - из этих цифр можно составить дату 20.12 (20 декабря). Какой первый после 2021-го "неинтересный" год?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).





Ответ: 2133. (Все годы от 2022 до 2132 - «интересные». Покажем, как получить из них дату:

2022-2099 годы: 20ХУ -> 2У.0Х (У от 0 до 9, Х от 2 до 9);

2100 год: 2100 -> 20.01;

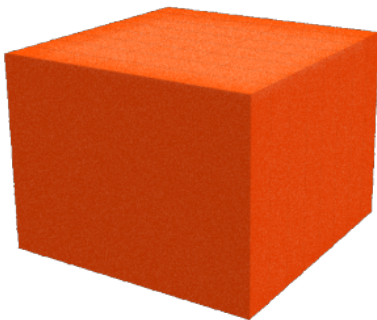
2101-2131 годы: 21ХУ -> ХУ.12 (ХУ от 01 до 31);

2132 год: 2132 -> 23.12.

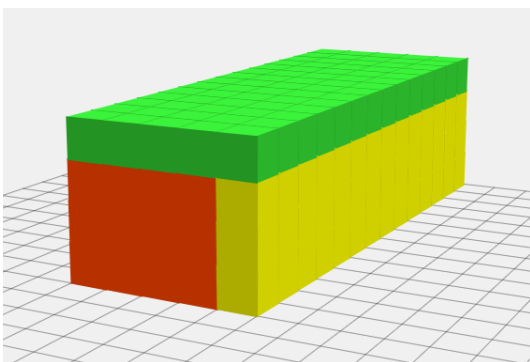
А из 2133 года составить дату уже не удастся - номер месяца можно сделать только 12, но тогда получится 33.12, а в декабре 31 день. Значит, 2133 будет ближайший «неинтересный год».)

7. ПрограМиша взял прямоугольную коробку с кубиками, чтобы построить замок (коробка была полная). Для первой башни он взял все верхние кубики - 70 кубиков. Потом для второй башни он взял все кубики вдоль правой стенки - 42 кубика. А затем для третьей небольшой башенки он взял весь передний слой кубиков - 12 штук. Из оставшихся кубиков ПрограМиша построил стену вокруг замка. Сколько кубиков ушло на стену?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 156. (Будем измерять длину, ширину и высоту коробки в кубиках. Чтобы узнать, сколько кубиков в верхнем слое, нужно ширину коробки умножить на длину. А в боковом слое – высоту на длину. После того, как был взят верхний слой, высота уменьшилась на 1, а длина осталась прежней.



Значит, 70 и 42 должны делиться на длину коробки.

Число 70 делится на 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35 и 70, а число 42 делится на 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 и 42.



Общие числа тут - только 1, 2, 7 и 14. Значит, длина коробки - одно из этих чисел.

Пусть длина коробки - 1 кубик. Так как $70=70*1$ и $42=42*1$, то размер всей коробки - $1*70*42$. Но тогда в переднем слое (который выделен красным) останется $69*42$ кубиков - а это точно не 12.

Пусть длина коробки - 2 кубика. Так как $70=35*2$ и $42=21*2$, то размер всей коробки - $2*35*21$. Но тогда в переднем слое останется $34*21$ кубиков - и это не 12 кубиков.

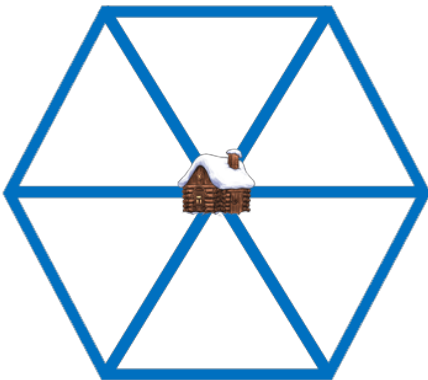
Пусть длина коробки - 7 кубиков. Так как $70=10*7$ и $42=6*7$, то размер всей коробки - $7*10*6$. Тогда в переднем слое останется $9*6$ кубиков - это тоже не 12 кубиков.

И, наконец, пусть длина коробки - 14 кубиков. Так как $70=14*5$ и $42=14*3$, то размер всей коробки - $14*5*4$. Тогда в переднем слое как раз останется $4*3=12$ кубиков.

Получается, что размер всей коробки $14*5*4$, а для стены в этом случае останется $13*4*3=156$ кубиков.)

8. Мороз-воевода дозором обходит владенья свои. Владенья Мороза состоят из 12-ти лесных дорожек, расположенных как на рисунке. Длина каждой дорожки 1 км. Какое наименьшее расстояние (в километрах) нужно пройти Морозу, чтобы выйти из домика, обойти все свои владенья и вернуться обратно в домик?

Замечание: По дорожкам можно проходить несколько раз. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

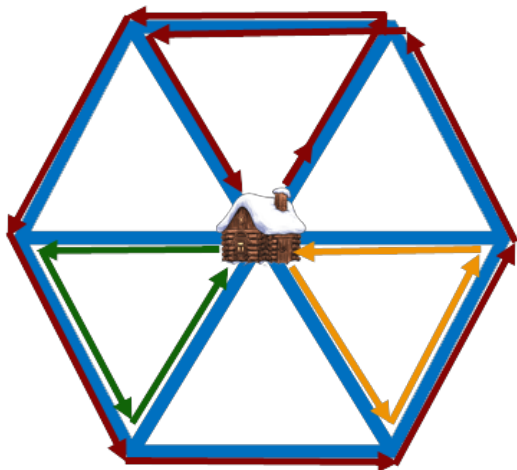


Ответ: 15. (Будем рисовать путь Мороза так: если он проходит второй раз по одной и той же дорожке, то будем рисовать вторую линию, рядом с предыдущей. В итоге получится, что некоторые точки соединены одной линией, а некоторые - двумя или даже больше. Так как Мороз-воевода летать не умеет :), то получилась линия, которую мы рисовали, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя по одной линии дважды.

Тогда каждый раз, проходя через точку пересечения, мы добавляли в этой точке 2 линии - по которой пришли и по которой ушли. Значит, из каждой точки пересечения должно выходить чётное число линий. Но на схеме из центральной точки (с домиком) выходит 6 линий, а из остальных точек - по 3. Значит, так как Мороз прошёл по всем дорожкам, на нашей схеме из центральной точки будет выходить минимум 6 линий, а из остальных - минимум по 4 (ближайшее чётное число больше 3). Значит, в сумме из всех точек будет выходить минимум $6+4*6=30$ линий. Но это посчитаны

концы линий, а у каждой линии по 2 конца. Значит, линий минимум $30:2=15$.

Все линии по 1 км, то есть меньше чем 15 км пройти не получится. А вот обойти все дорожки и пройти 15 км можно, например, так: сначала пройти по красным стрелкам (9 км), потом по зелёным (3 км), а потом по оранжевым (ещё 3 км).



В итоге Мороз пройдёт $9+3+3=15$ км и обойдёт все свои владения.

Значит, наименьшее расстояние, которое придётся пройти Морозу, - это 15 км.)

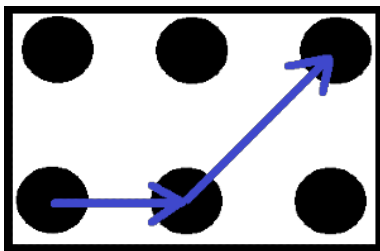
9. У ПрограМиши есть смартфон, который разблокируется с помощью графического кода: определенной последовательности соединенных точек на экране. Точки расположены в виде прямоугольника 3 на 2. Подходящий код должен удовлетворять нескольким требованиям:

1. Код должен содержать ровно 3 точки;
2. Точки соединяются непрерывными линиями, которые могут быть только вертикальными, горизонтальными или диагональными между соседними точками (то есть, к примеру, точку в левом верхнем углу нельзя сразу соединить с точкой в правом нижнем углу).
3. Точка не может быть использована в коде дважды.

Пример правильного кода показан на картинке.

К несчастью, ПрограМиша повредил экран своего телефона и теперь не может использовать точку в левом верхнем углу. Сколько комбинаций кода осталось ему доступно?

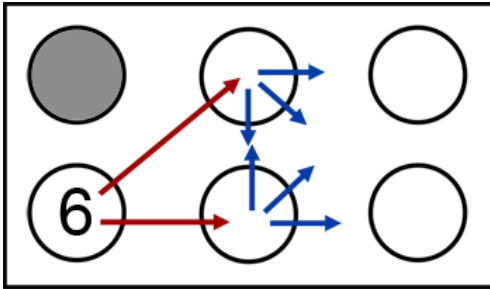
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



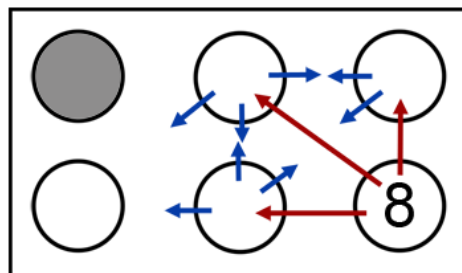
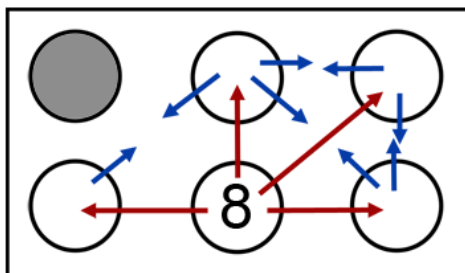
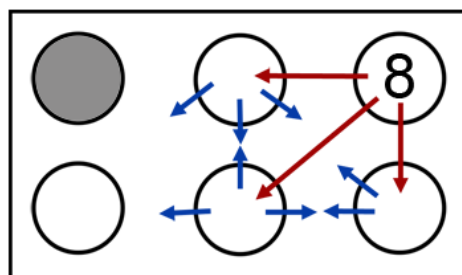
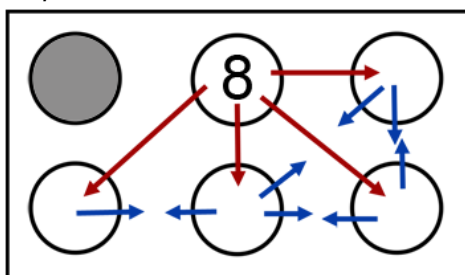
Ответ: 38. (Посчитаем для каждой точки все возможные коды с началом в этой точке.

Начнём с левой нижней точки. Из неё два варианта начать движение, и в каждом случае по 3

продолжения - итого 6 вариантов кода:



Теперь посчитаем все возможные линии с началом в остальных точках - везде получается по 8 вариантов.



Итого $6+8+8+8+8=38$ вариантов кода.)

10. На острове живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Однажды вечером некоторые жители пошли в театр. В зале театра 4 ряда по 7 кресел, и все места были заняты. После спектакля каждый зритель сказал, что среди его соседей были и рыцарь, и лжец (соседями считаются сидящие спереди, сзади, справа и слева). Какое наибольшее количество рыцарей могло быть в театре?

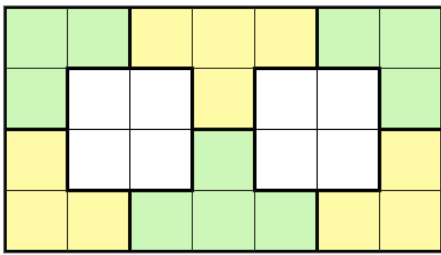
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 21. (Будем искать не наибольшее возможное число рыцарей, а наименьшее возможное число лжецов - в этом случае рыцарей и будет максимальное количество.)

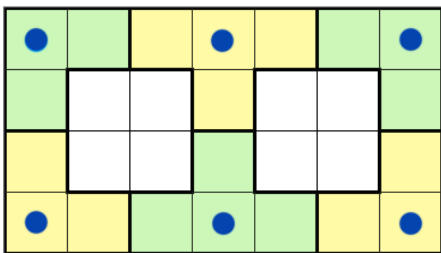
Изобразим места в театре в виде прямоугольника 7×4 клеток.

Выделим такие 6 фигурок:

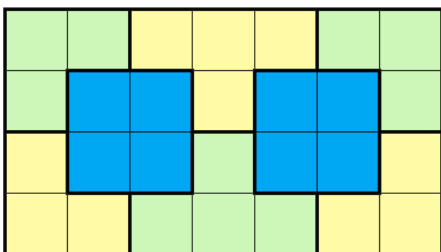




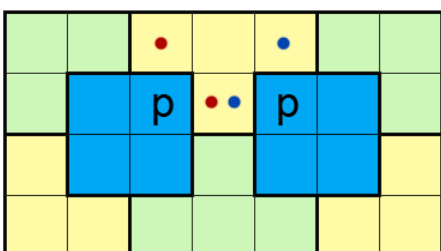
Если в какой-то фигурке находятся только рыцари, то условие задачи не выполнено - в этой фигурке найдётся рыцарь, который солгал (в каждой фигурке этот рыцарь отмечен точкой):



Значит, в каждой фигурке должен быть хотя бы 1 лжец. А значит, всего лжецов не меньше 6-ти. Но докажем, что и 6 лжецов не может быть. Предположим обратное - пусть лжецов все-таки 6. Тогда в каждой из отмеченных фигурок ровно один лжец, а в остальных областях лжецов нет совсем. Отметим клетки, где точно находятся рыцари, синим цветом:



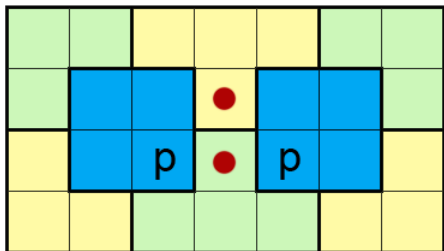
Теперь рассмотрим двух рыцарей в отмеченных клетках (буквы Р):



У каждого должно быть по соседу-лжецу, но эти соседи точно не в синих клетках. Значит, их соседи лжецы в жёлтых клетках. Но в жёлтой фигурке только один лжец. Значит, этот лжец должен быть в клетке, куда попали две точки.

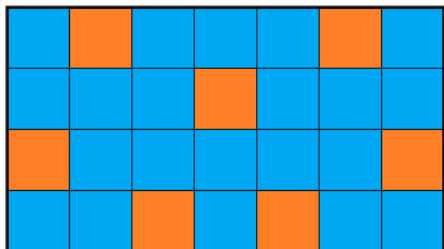
Теперь рассмотрим ещё двоих рыцарей - в клетках пониже. У них соседи-лжецы должны быть в зелёных клетках. Но в зелёной фигурке лжец только один, поэтому этот лжец должен быть в

клетке между рыцарями.



Итак, мы получили, что два лжеца должны быть в двух соседних клетках. Но тогда эти лжецы сказали правду, а такого не может быть.

Значит, 6 лжецов тоже не может быть. Значит, лжецов как минимум 7. А 7 лжецов могут быть зрительном зале. Например, так (синие клетки - рыцари, оранжевые - лжецы):



Значит, 7 - это наименьшее возможное число лжецов. А значит, рыцарей в зале максимум $28-7=21$.)