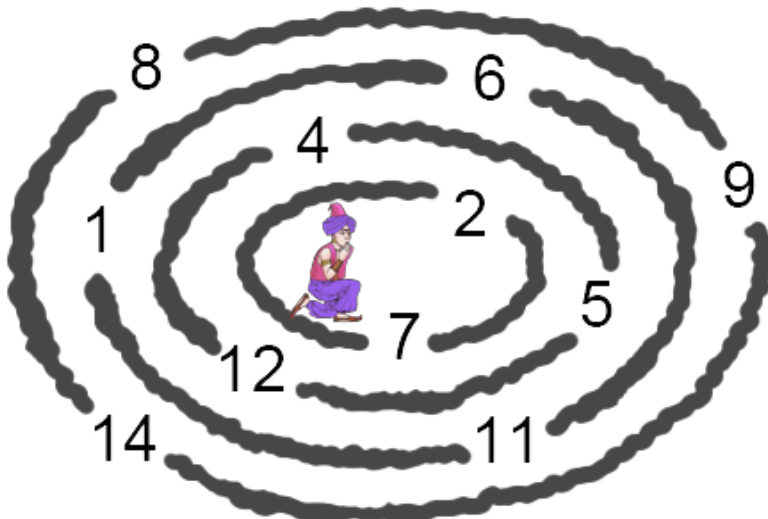


Тур_3 - 3-4 класс - решения

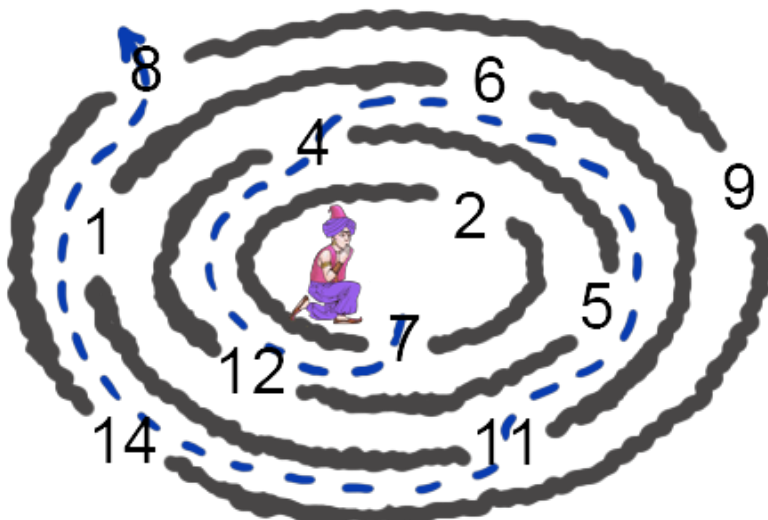
1. ПрограМиша 30-го марта заметил, что эта дата симметричная: 30.03 (одинаково читается слева направо и справа налево). Какой будет следующая симметричная дата?

Ответ: 01.10. (Апрель записывается как 04. Симметричное ему число - 40. Но даты 40.04 нет. Аналогично с маем (05), июнем (06) и так далее до сентября (09). А вот октябрь - 10-й месяц, и дата 01.10 - существует. То есть следующая симметричная дата - 01.10)

2. В пещере-лабиринте у каждого прохода написано, сколько там стоит разбойников. Чтобы пройти через проход, надо каждому разбойнику дать по монете. Второй раз в этот же проход разбойники не пропускают. Как Али-Бабе выбраться из пещеры ровно за 30 монет?



Ответ: Например, так:





Получается, что Али-Баба отдаст $7+4+11+8=30$ монет.

3. Разбейте число 99 в сумму 10-ти натуральных слагаемых так, чтобы у всех слагаемых была одинаковая сумма цифр.

Ответ: Например, так: $99=18+9+9+9+9+9+9+9+9+9$.

4. Вдоль прямой дорожки в ряд выставлено 5 флажков. На них изображены: круг, квадрат, ромб, треугольник и пятиугольник (на каждом флажке одна фигура, именно в таком порядке слева направо). Один из флажков зелёный, а другой – голубой, причём зелёный флажок левее голубого. Расстояние между флажками с кругом и ромбом – 7 метров, между зелёным флажком и флажком с квадратом – 8 метров, между голубым флажком и флажком с треугольником – 9 метров. Какое расстояние между флажками с квадратом и с пятиугольником?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



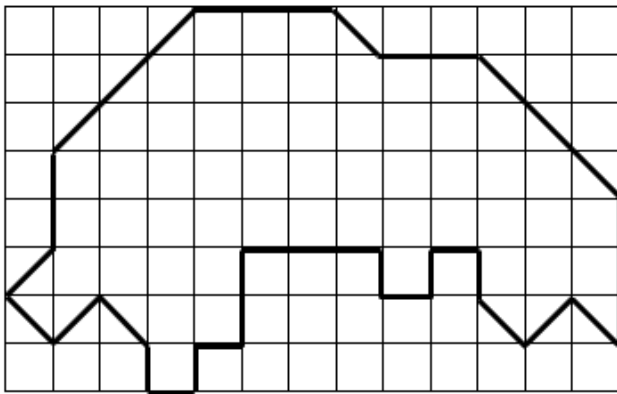
Ответ: 17. (Флажок с квадратом между флажками с кругом и ромбом (так как порядок фигур такой: круг, квадрат, ромб, треугольник и пятиугольник). А расстояние между флажками с кругом и ромбом - 7 метров. Значит, расстояние от флажка с квадратом до флажков с кругом и ромбом меньше, чем 7 метров. Значит, флажки с кругом и ромбом не могут быть зелёными (расстояние от зелёного флажка до флажка с квадратом - 8 метров). Сам флажок с квадратом тоже не может быть зелёным. Не может быть зелёным и флажок с пятиугольником - флажок с пятиугольником правее всех, а справа от зелёного флажка должен быть ещё голубой.

Поэтому зелёный флажок – с треугольником. Правее него только флажок с пятиугольником - это и есть голубой флажок. Расстояние от зелёного флажка (с треугольником) до флажка с квадратом - 8 метров, а между зелёным и голубым (оно же между флажками с треугольником и пятиугольником) – 9 метров. Значит, расстояние между флажками с квадратом и пятиугольником $9+8=17$ метров.)

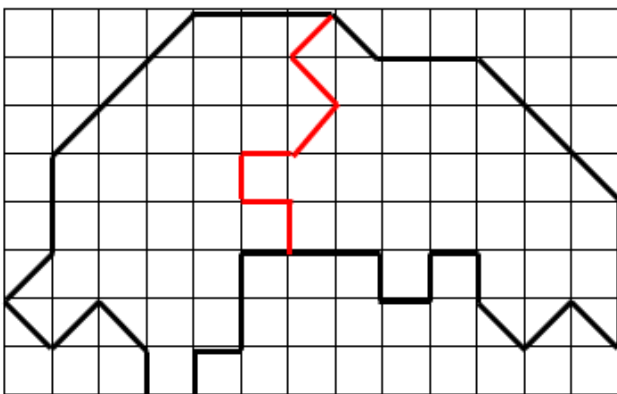
5. Разрежьте фигуру на две одинаковые по форме и размеру части.

Замечание: Резать можно не только по границам клеток.





Ответ: Например, так:



6. МатеМаша записала число 38213127. За один ход она может поменять местами две любые цифры. За какое минимальное количество ходов она сможет получить наибольшее возможное число?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 5. (Наибольшее число, которое можно составить из этих цифр, - это 87332211. Заметим, что ни одна цифра исходного числа не стоит на своём месте. Меняя местами 2 цифры, можно поставить на нужные места не более 2-х цифр, то есть перестановок должно быть хотя бы 4 (так как цифр 8).

Но чтобы справиться за 4 хода, надо, чтобы каждый раз обе цифры, которые меняются, вставляли на свои места. А так сделать не получится. Например, цифра 8 должна оказаться на первом месте, значит, её необходимо поменять с цифрой 3. Но после такой перестановки 3 не окажется на своём месте. Значит, за 4 хода тоже не справиться.

А вот за 5 ходов можно получить нужное число. Например, так:

38213127 -> (меняем местами 1 и 2) -> 38213217;





38213217 -> (меняем местами 2 и 3) -> 38312217;
38312217 -> (меняем местами 1 и 7) -> 38372211;
38372211 -> (меняем местами 3 и 7) -> 78332211;
78332211 -> (меняем местами 7 и 8) -> 87332211.)

7. Есть 9 карточек с цифрами и знаками: “0”, “1”, “2”, “3”, “4”, “5”, “+”, “-”, “=”. Используя все карточки (каждую один раз), составьте верное равенство.



Ответ: например, $30-21=4+5$.

8. На пути к Тайной комнате Гарри Поттеру нужно пройти через трое ворот. Над каждым воротами висит фонарь. Ворота открыты, когда фонарь над воротами горит белым цветом. Ворота закрыты, когда фонарь светится красным или синим цветом, и тогда пройти через ворота невозможно. Каждый фонарь меняет цвета в такой последовательности: синий, красный, белый, красный, затем снова синий, красный, белый, красный и т.д. Все фонари светят красным цветом 1 минуту, а синим и белым равное время: у первых ворот по 1 минуте, у вторых – по 2 минуты, у третьих – по 3 минуты. От первых ворот до вторых и от вторых до третьих Гарри идёт ровно по 2 минуты. Через ворота Гарри проходит быстро и не тратит на это времени. Сейчас ровно 12:00, и все три фонаря только что загорелись белым цветом. Во сколько Гарри нужно подойти к первым воротам, чтобы дойти до Тайной комнаты как можно раньше и нигде не останавливаться?

Ответ: 12:04. (Время должно быть подобрано так, чтобы Гарри Поттер подходил ко всем воротам, когда фонарь светит белым светом. Поскольку Гарри до вторых ворот идёт 2 минуты, а до третьих – 4 минуты, то будем считать, что все ворота в одном месте, только второй фонарь будет светить со сдвигом на 2 минуты назад, а третий – со сдвигом на 4 минуты назад. Нарисуем табличку цветов – сначала белый, потом красный, потом синий, потом красный и так далее... с учетом того, сколько времени у каждого ворот горят сигналы (1 клетка - 1 минута):

				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
				б	к	с	к	б	к	с	к	б	к
				б	к	с	к	б	к	с	к	б	к
				б	к	с	к	б	к	с	к	б	к

Теперь видно, что в первый раз все фонари будут белыми на 5-й минуте. Таким образом, самое





раннее, когда Гарри сможет пройти через все трое ворот - это в 12:04.)

9. Автобусные билеты имеют номера от 00000 до 99999 (включительно). МатеМаша называет номер автобусного билета красивым, если в нём есть хотя бы одна пара одинаковых цифр рядом. Сколько всего существует красивых номеров?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 34390. (Посчитаем некрасивые номера и вычтем их из общего количества. Первой может стоять любая цифра - 10 вариантов. Далее, рядом с ней, может стоять любая цифра, кроме такой же, то есть 9 вариантов. Далее, на третьем месте, может стоять любая цифра, кроме той, которая стоит на втором месте, то есть опять 9 вариантов, и так далее. Получаем, что вариантов $10 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$, то есть некрасивых номеров $10 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 65610$. Всего же номеров билетов 100000. Значит, красивых $100000 - 65610 = 34390$.)

10. Четвероклассник Георгий Шкурихин хочет записать первую тысячу натуральных чисел в три столбика так, чтобы в каждом столбике было хотя бы 5 чисел и чтобы сумма любых двух чисел из двух разных столбиков была записана в оставшемся столбике (если она не больше тысячи, конечно). Возможно ли это?

Замечание: Каждое число должно быть записано ровно один раз в каком-то одном столбике.

Ответ: Нет. (Допустим, что числа так записать можно. Покажем, что числа 1 и 2 тогда должны быть в одном столбике. Если они в разных столбиках (допустим, 1 - в I, а 2 - во II), то число 3 должно быть в III столбике. Тогда число $1+3=4$ должно быть во II столбике (так как 1 - в I, а 3 - в III). Тогда $1+4=5$ в III столбике (1 - в I, а 4 - во II). С другой стороны, число $2+3=5$ должно быть в I столбике (2 - во II, 3 - в III). Противоречие: 5 не может быть одновременно и в I, и в III столбике. Итак, числа 1 и 2 должны быть в одном столбике - допустим, в I.

Возьмем из II столбика какое-нибудь число A, которое не больше 998 (такое там точно есть, так как в каждом столбике хотя бы по 5 чисел, а чисел больше 998 только два: 999 и 1000). Тогда число $A+1$ должно быть в III столбике, а тогда $1+(A+1)=A+2$ - во II столбике. С другой стороны, число $A+2$ должно быть в III столбике, так как A во II, а 2 в I. Противоречие.

Итак, описанная ситуация невозможна.

Комментарий: Важно следить, что при решении задачи рассматриваемые числа (суммы каких-то двух) оказываются не больше тысячи, иначе они вообще никуда не должны быть записаны.)

