

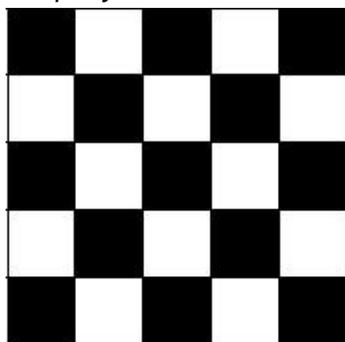


## Тур\_1 - 4 класс - решения

1. Знайка очень любит играть в шахматы. Он сделал себе квадратную шахматную доску, во всём похожую на обычную, но другого размера. Оказалось, что чёрных клеток на его доске всего 13. Сколько белых клеток на этой доске?

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 12. (Чёрные и белые клетки на шахматной доске чередуются. Значит, количество чёрных и белых клеток на квадратной доске или одинаковое, или отличается на 1. Значит, белых клеток либо 12, либо 13, либо 14. То есть всего клеток на доске либо 25, либо 26, либо 27. Но квадратных досок с 26 и 27 клетками нет, а с 25-ю - есть, это доска 5 на 5 клеток, она выглядит, как показано на рисунке.*



*Значит, на доске Знайки 12 белых клеток.)*

2. Какое самое маленькое число можно получить, если выложить в ряд четыре карточки с числами 57, 38, 365, 6?

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 36538576. (В каком бы порядке мы не выкладывали эти карточки, получится восьмизначное число. Число получится меньше, если его самый старший разряд наименьший, то есть первую карточку надо положить либо с числом 365, либо с числом 38. Но второй по старшинству разряд у первой карточки – 6, а у второй – 8. Значит, первой надо положить карточку 365, а потом положить оставшиеся карточки, упорядочив их по возрастанию первой цифры: 365, 38, 57, 6. Получим число 36538576.)*

3. ПрограМиша закрыл свой чемодан на замок, на котором установлен код из 2 цифр. На следующий день он забыл установленный код, но вспомнил, что сумма цифр была равна 8-ми. ПрограМиша попробовал по одному разу все комбинации с такой суммой, и нужная оказалась последней. Сколько





минут он потратил, если на проверку одного кода ПрограМише необходима 1 минута?

*Замечание: Код может содержать цифру 0, в том числе и на первом месте. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 9. (Сумму цифр, равную 8-ми, можно получить следующими способами:  
 $0+8=1+7=2+6=3+5=4+4=5+3=6+2=7+1=8+0$ . Всего получается 9 способов, а значит, у ПрограМиши ушло 9 минут.)*

4. Какое наибольшее число можно получить, если из разности двух трёхзначных чисел вычесть сумму двух различных двузначных чисел?

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 878. (Для этого нужны самая большая разность трёхзначных чисел:  $999-100=899$ , и самая маленькая сумма двузначных чисел:  $10+11=21$ . Тогда в результате получится  $899-21=878$ .)*

5. На столе стоит кастрюля с вареньем. Она весит 18 килограммов. Первым на кухню зашёл Миша и съел половину варенья. Потом пришёл Вася и съел половину оставшегося варенья. А половину того, что осталось после Васи, съел Никита. После этого кастрюля с остатками варенья стала весить 4 килограмма. Сколько весит пустая кастрюля?

*Замечание: В ответе укажите только число - вес в килограммах (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 2. (Поделим всё варенье на 8 частей. Тогда Миша съел 4 части, Вася - 2 части, а Никита - 1 часть, и после этого 1 часть ещё осталась. Получается, что ребята съели 7 частей, а общий вес уменьшился на  $18-4=14$  кг. Значит, одна часть весит 2 кг. Так как кастрюля с одной частью варенья весит 4 кг, то без варенья кастрюля весит  $4-2=2$  кг.)*

6. У Деда Мороза есть монетки по 4 рубля и по 10 рублей. Если он возьмёт все свои четырехрублёвые монеты, ему не хватит 120 рублей, чтобы купить четыре мороженных. Если все десятирублёвые — не хватит 120 рублей на пять мороженных. А всего ему не хватает 120 рублей для покупки шести мороженных. Сколько стоит одно мороженое?

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 40. (Если Дед Мороз возьмет все свои и четырёхрублевые, и десятирублёвые монеты, то всего ему не хватит  $120 + 120 = 240$  рублей на  $4 + 5 = 9$  мороженных. А с другой стороны, ему будет не хватать 120 рублей на 6 мороженных. То есть  $9-6 = 3$  мороженных стоят  $240-120 = 120$  рублей. Значит, одно мороженое стоит  $120 : 3 = 40$  рублей.)*





7. В коробке лежало девять карточек с числами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 (по одной карточке с каждым числом). ПрограМиша взял четыре из этих карточек, а МатеМаша взяла две. Взглянув на свои карточки, ПрограМиша понял, что сумма чисел на карточках МатеМаши – чётное число. Чему равна сумма чисел на карточках ПрограМиши?

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 20. (Раз ПрограМиша понял, что сумма чисел МатеМаши – чётное число, то МатеМашины числа должны быть гарантированно либо оба чётные, либо оба нечётные. Это будет так только если после ПрограМиши в коробке останутся либо только чётные, либо только нечётные числа. Поскольку ПрограМиша оставил в коробке пять карточек, то они все должны быть нечётными: 1, 3, 5, 7 и 9. То есть ПрограМиша вытащил все чётные числа: 2, 4, 6 и 8. Значит, их сумма равна  $2+4+6+8=20$ .)*

8. У кота Тома и кита Тима есть набор карточек с буквами: К - 4 карточки, О - 5 карточек, М - 6 карточек, Т - 7 карточек, И - 8 карточек. Какое наименьшее количество карточек нужно не глядя вытащить из набора, чтобы из них точно можно было сложить хотя бы одно из слов КОТ, ТОМ, КИТ, ТИМ?

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 24. (Всего карточек  $4+5+6+7+8=30$ .)*

*Поскольку во всех четырёх словах есть буква Т, то надо вытащить карточки так, чтобы среди них обязательно оказалась Т. Всего карточек с буквой Т 7 штук. Значит, если мы вытащим 23 карточки или меньше, то останется  $30-23=7$  или больше, и среди них могут остаться все буквы Т. Значит, 23-х карточек может быть недостаточно. А если вытащить 24 карточки, то останется только 6 карточек, значит, хотя бы одна Т точно будет вытащена.*

*Докажем, что 24-ёх карточек будет достаточно не только для того, чтобы получить букву Т, но и для того, чтобы сложить одно из нужных слов.*

*Поскольку взято 24 карточки, то осталось невзятыми 6 карточек. Значит, среди взятых точно будет хотя бы одна гласная: О или И (всего гласных  $5+8=13$ , значит, все они не могли остаться).*

*При этом точно взята хотя бы одна из букв К или М, потому что их вместе  $4+6=10$ , все они не могли остаться.*

*Таким образом, если взята К, то можно составить или КИТ, или КОТ, а если взята М, то можно составить или ТИМ, или ТОМ. Значит, хотя бы одно слово точно получится составить.)*

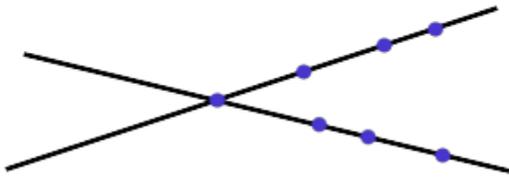
9. ПрограМиша начертил на листе бумаги две пересекающиеся прямые. Потом он отметил синим цветом точку пересечения прямых и ещё по три различные точки на каждой прямой. Потом ПрограМиша построил все треугольники с вершинами в синих точках. Сколько треугольников у него





получилось?

*Замечание: Если три точки лежат на одной прямой, то фигура с вершинами в таких точках треугольником не является. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*



Ответ: 27. (Поскольку три вершины треугольника не должны быть на одной прямой, то все возможные треугольники можно разделить на три группы:

- одна вершина в точке пересечения, а две другие - на разных прямых;
- все вершины не в точке пересечения, две на первой прямой, одна - на второй;
- все вершины не в точке пересечения, две на второй прямой, одна - на первой (будем называть первой прямой ту, на которой лежат три верхние точки, а второй - прямую с нижними тремя точками).

Сосчитаем, сколько треугольников в каждой группе.

1) "Одна вершина в точке пересечения, а две другие - на разных прямых". На первой прямой точку можно выбрать 3-мя способами. Для каждого из них 3 способа добавить точку с другой прямой. Значит, всего  $3 \cdot 3 = 9$  вариантов.

2) "Все вершины не в точке пересечения, две на первой прямой, одна - на второй". На первой прямой 2 точки можно выбрать 3-мя способами: все, кроме первой, кроме второй и кроме третьей. Для каждого из этих трёх способов по 3 способа добавить точку со второй прямой. Значит, всего  $3 \cdot 3 = 9$  вариантов.

3) "Все вершины не в точке пересечения, две на второй прямой, одна - на первой". Теперь на второй прямой 2 точки можно выбрать 3-мя способами, и для каждого из этих трёх способов по 3 способа добавить точку с первой прямой. Значит, получается опять  $3 \cdot 3 = 9$  вариантов.

Значит, всего треугольников  $9+9+9=27$ .)

10. У Милы есть 42 бусинки, которые весят 1 грамм, 2 грамма, ..., 42 грамма. У Вупсеня есть липучки, одной липучкой он может склеить две бусинки - получится склейка бусин (можно склеить три бусинки двумя липучками и так далее). Вупсень задумал склеить бусинки так, чтобы Мила не смогла из получившихся склеек и оставшихся бусин выбрать одну или несколько общей массой 43 грамма. Какое наименьшее количество липучек ему понадобится, чтобы осуществить свой коварный план?

*Замечание: Липучки ничего не весят. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

Ответ: 11. (Есть 21 пара бусинок, которые в сумме весят 43 грамма, это пары: 1, 42; 2, 41; 3, 40; 4, 39;...; 21, 22. Если Вупсень использует только 10 липучек, то в склейках будут участвовать не больше 20 исходных бусинок. Поэтому хотя бы одна из 21 пары окажется "нетронутой", и Мила сможет выбрать её. Значит, 10 и менее липучек не хватит, то есть понадобится не менее 11-ти





### III ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский  
физико-математический лицей №30



липучек.

Покажем, что 11-ти липучек достаточно. Вупсень может склеить бусинки, например, так:  $1+22$ ;  $2+21$ ;  $3+20$ ;  $4+19$ ;  $5+18$ ;  $6+17$ ;  $7+16$ ;  $8+15$ ;  $9+14$ ;  $10+13$ ;  $11+12$ . Тогда у Милы получится набор из бусинок и склеек, которые весят от 23 до 42 граммов. То есть любая одна бусинка или склейка весят меньше 43 граммов, а любые две весят уже больше 43 граммов.)

