



Тур_3 - 3-4 классы - решения

1. Учительница написала на доске пример, но вместо некоторых цифр поставила звездочки. Определите эти цифры.

$$6 * - * 7 = 45$$

Ответ: $62-17=45$. (Вместо первой звездочки в числе $6*$ стоит цифра 2, так как $7+5=12$. Получается, что уменьшаемое равно 62, а разность 45. Значит, вычитаемое равно $62-45=17$. Весь пример выглядит так: $62-17=45$.)

2. На острове живут рыцари, которые говорят только правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды 10 жителей этого острова встали в очередь за мороженым. Каждый из них сказал: "После меня нет ни одного рыцаря". Сколько лжецов было в очереди?

Ответ: 9. (Ясно, что последний в очереди сказал правду - за ним нет никого, то есть нет и ни одного рыцаря. Значит, последний в очереди - рыцарь. А это означает, что слова всех остальных - ложь, и они лжецы.)

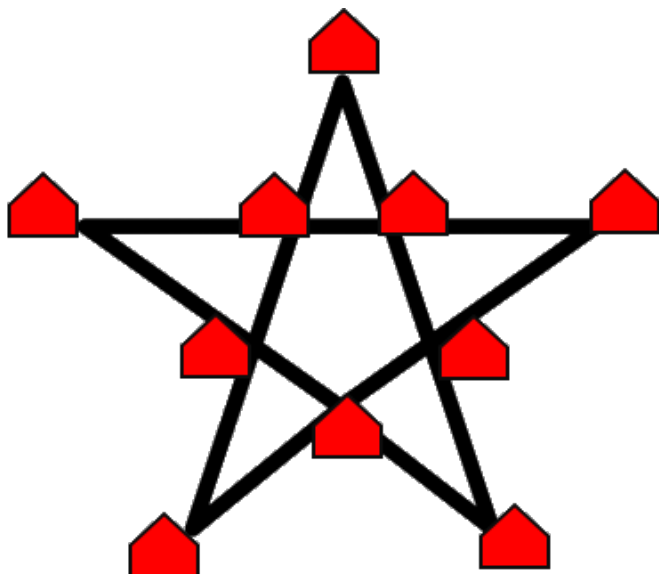
3. В группе по танцам занимаются 2 мальчика и 5 девочек. Сколько есть способов составить две пары "мальчик-девочка"?

Ответ: 20. (Первому мальчику в пару можно выбрать любую из пяти девочек. При каждом из этих вариантов для второго будет 4 варианта пары. Значит, всего вариантов $5 \cdot 4 = 20$.)

4. В деревне Линейкино 10 домов и 5 прямолинейных улиц, причём на каждой улице находится ровно 4 дома. На всех перекрестках пересекаются только две улицы, а дом, который стоит у перекрестка, относится к ним обеим. Нарисуйте возможную схему расположения улиц и домов в деревне.

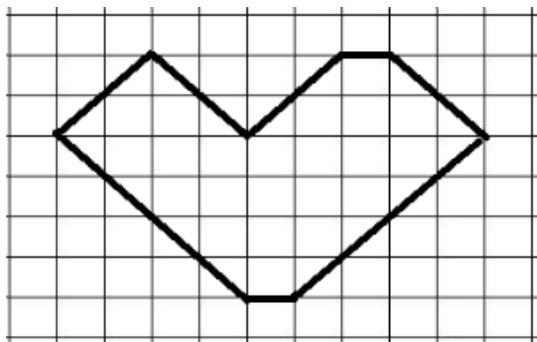
Ответ: Например, возможна такая схема:



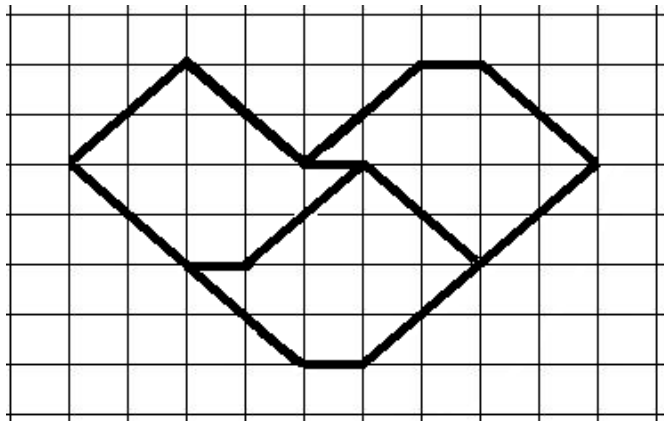


5. Разрежьте фигурку на 3 одинаковые по форме и размеру части.

Замечание: Если одну фигуру повернуть или перевернуть, и получится вторая фигура, то эти фигуры считаются одинаковыми.



Ответ: Например, можно разрезать так:





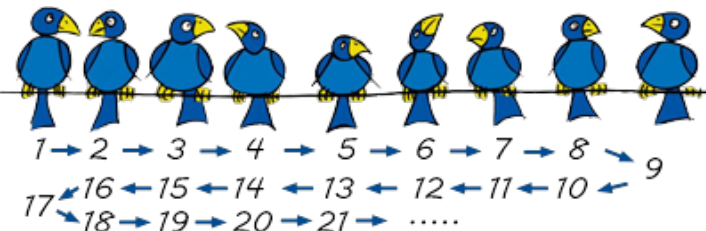
6. Разрешается писать только трёхзначные числа, используя при этом только цифры 1 и 3. Каким наименьшим числом слагаемых можно получить число 2020? Как это сделать?

Ответ: 8 слагаемых. (Ясно, что 6-ти слагаемых не хватит: $333+333+333+333+333+333=1998$. Из 7 слагаемых сумму 2020 тоже не получить: она обязательно выйдет нечётной, так как все слагаемые из цифр 1 и 3 будут нечётными и их будет 7 штук. А вот 8 слагаемых уже достаточно: $333+333+333+333+333+133+111+111=2020$.)

7. Блокнот, линейка и точилка вместе стоят 22 рубля. А 5 линеек, 2 блокнота и 3 точилки вместе стоят 65 рублей. Что дороже и на сколько: две линейки или один блокнот?

Ответ: блокнот, на 1 рубль. (3 блокнота, 3 линейки и 3 точилки будут стоить $22+22+22=66$ рублей. Один блокнот стоит столько же, сколько 2 линейки и ещё рубль. Значит, блокнот дороже двух линеек на 1 рубль.)

8. На проводе в ряд сидело 9 птичек. ПрограМиша стал считать их, каждый раз доходя до края и поворачивая в обратную сторону. ПрограМише было интересно, какая птичка при таком подсчёте окажется 2020-й. Но когда он произнёс "1000", средняя птичка вспорхнула и улетела. ПрограМиша немного огорчился, но продолжил считать по тому же правилу только оставшихся птичек. Какой номер имела в самом начале та птичка, которая оказалась 2020-й?



Ответ: 6. (Разобьём подсчёт птичек на похожие повторяющиеся "круги": один "круг" начинается с крайней левой птички, проходит по всем птичками туда и обратно и заканчивается на второй слева птичке (чтобы следующий "круг" снова начинался с крайней левой птички).

Все такие "круги" разделятся на 3 части:

- полные "круги" до того, как одна птичка улетела;
- "круг", во время которого улетела средняя птичка;
- остальные полные "круги" без одной птички.

Первый полный "круг" при подсчёте птичек - это номера с 1 до 16. Далее 17-я - это снова крайняя левая птичка, то есть номера с 17 до 32 - это второй полный "круг" подсчёта. Итак, пока средняя птичка не улетела, счёт будет идти такими одинаковыми "кругами", в каждом круге будет по 16 чисел. Такие "круги" будут идти до 1000. Разделим 1000 на 16 с остатком: $1000:16=62$ (ост.8).





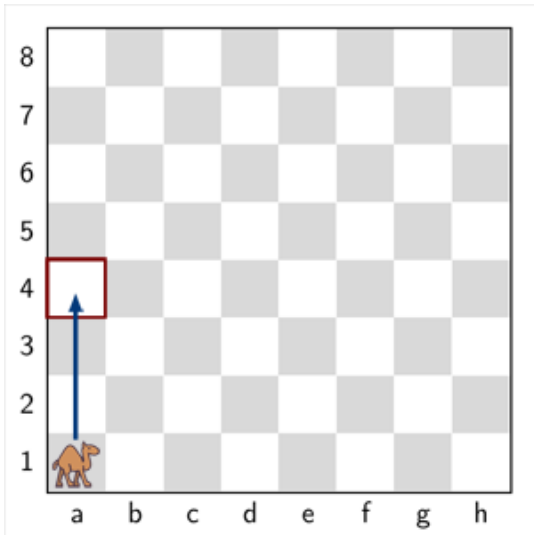
Значит, до 1000 пройдёт 62 полных "круга" и ещё 8 номеров неполного "круга". Последний полный "круг" закончится на числе $16 \cdot 62 = 992$, а последний неполный "круг" начнётся с крайней левой птички, и у неё будет номер 993. Значит, номер 1000 будет у 8-й слева птички (или второй с правого края).

В этот момент средняя птичка улетит, и обратная часть этого "круга" уже будет отличаться - этот "круг" закончится на номере 1007 (птичка с номером 1007 - это вторая слева, после которой начинается новый "круг" с крайней левой птички).

Дальше останется только 8 птичек, и счёт будет идти одинаковыми "кругами" по 14 номеров в каждом "круге". При этом первый "круг" этой части подсчёта начнётся с номера 1008.

Итак, до 2020 осталось ещё $2020 - 1007 = 1013$ номеров. Разделим 1013 на 14 с остатком: $1013 : 14 = 72$ (ост.5). Значит, последний этап будет состоять из 72 полных "кругов" по 14 номеров и одного последнего неполного "круга", который будет состоять из 5-ти номеров. И последней, 2020-й птичкой будет пятая птичка слева. Но в самом начале эта птичка была 6-й, потому что это следующая птичка после той, которая улетела. Значит, первый раз эта птичка была под номером 6.)

9. Новая шахматная фигура "3-4-5-верблюд" умеет делать два вида ходов. Первый вид хода - прыгнуть на пять клеток по горизонтали или вертикали (например, с a1 на a6 или на f1). Вторым - "буквой Г": сдвинуться на три клетки по одной линии, повернуться под прямым углом и сдвинуться ещё на четыре клетки (например, с a1 на d5 или e4). За какое наименьшее количество ходов 3-4-5-верблюд сможет перейти с a1 на a4 на обычной шахматной доске 8x8?



Ответ: 5. (Заметим, что верблюд, как и обычный конь, при каждом ходе меняет цвет клетки - ходит только с чёрных клеток на белые, а с белых - на чёрные. Клетки a1 - чёрная, a4 - белая. После 1 хода верблюд окажется на белой клетке, после 2 - на чёрной, после 3 - на белой, после 4 - на чёрной, после 5 - на белой.

Ясно, что за 1 ход верблюд не может дойти с a1 на a4. Из цвета клеток ясно, что за 2 и за 4 хода -





тоже не может.

Покажем, что за 3 хода он тоже не может добраться до $a4$. Предположим, что может, и посмотрим на смещение по горизонтали. Итоговое смещение должно быть нулевое ($a1$ и $a4$ находятся на одной вертикали). Значит, в этих трёх ходах было либо все три хода только по вертикали (без горизонтального смещения), либо один прыжок по вертикали и два хода буквой Г, причём с нулевым общим смещением по горизонтали. Но ясно, что тремя 5-клеточными ходами только по вертикали с $a1$ до $a4$ не добраться. Значит, это могли быть только один вертикальный ход и два "буквой Г": или ходы на 3 по вертикали в одну сторону, на 4 по горизонтали в разные стороны, или на 4 по вертикали в одну сторону, на 3 по горизонтали в разные стороны.

Теперь посчитаем в этих ходах смещение по вертикали. В случае ходов на 3 по вертикали общее смещение по вертикали от двух ходов буквой Г будет 6, и одним 5-клеточным ходом по вертикали (сложением или вычитанием 6 и 5) мы не можем получить 3 клетки. В случае ходов на 4 по вертикали общее вертикальное смещение от двух ходов по буквой Г будет 8, и вычитая из этого 5, можно получить 3. То есть, на бесконечной доске тремя ходами "на 4 вверх, на 3 влево", "на 4 вверх, на 3 вправо" и "на 5 вниз" можно перебраться с $a1$ на $a4$. Но на доске 8×8 как эти ходы ни упорядочивай, происходит выход за границы доски. В самом деле, первым может быть только ход "на 4 вверх, на 3 вправо" ($a1-d5$), остальные ходы сразу выводят за пределы доски 8×8 . Второй ход уже не сделать - он закончится или на девятой, или на нулевой горизонтали.

Итак, за 3 хода в пределах доски 8×8 с $a1$ до $a4$ не добраться. Покажем теперь, как можно это сделать за 5 ходов: $a1-d5-h8-h3-e7-a4$.)

