



Тур_3 - 4 класс - решения

1. В саду живут жучки и паучки. Жучков столько же, сколько и паучков. У паучков по 8 ног, а у жучков - по 6. Всего у них 84 ноги. Сколько жучков живёт в саду?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 6. (Так как жучков и паучков одинаковое количество, то всех жучков и паучков можно разделить на пары из жучка и паучка. В каждой паре $6+8=14$ ног. Всего ног 84. Получается, что пар $84:14=6$. Значит, в саду живёт 6 жучков и 6 паучков.)

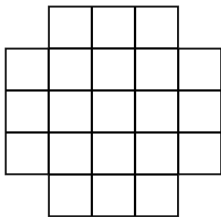
2. Шляпник пьёт чай каждые 20 минут. Мартовский Заяц пьёт чай каждые 25 минут. Шляпник и Заяц вместе сели пить чай ровно в полдень. Когда в следующий раз они начнут пить чай вместе?

Замечание: В ответе укажите время в формате ЧЧ:ММ.

Ответ: 13:40. (Шляпник будет пить чай в 12:20, 12:40, 13:00, 13:20, 13:40, 14:00, и так далее. Заяц будет пить чай в 12:25, 12:50, 13:15, 13:40, и так далее. Получается, что в первый раз после полудня они снова вместе окажутся за столом в 13:40.)

3. Расставьте в клетках фигуры числа от 1 до 9 так, чтобы суммы чисел во всех вертикальных и горизонтальных рядах (и в коротких, и в длинных) были одинаковыми. Числа можно повторять.

Замечание: Достаточно привести один пример.



Ответ: Например, так:

	3	3	3	
3	1	1	1	3
3	1	1	1	3
3	1	1	1	3
	3	3	3	



4. За круглым столом сидели 4 девочки и делали уроки. Перед каждой лежал учебник: у одной - по математике, у другой - по информатике, у третьей - по географии, а у четвёртой - по биологии. Все учебники разного цвета: синий, красный, жёлтый и зелёный. Учебники по географии и математике не синего цвета. Учебник по информатике лежал между жёлтым учебником и учебником по биологии. Зелёный учебник не по информатике и не по географии. Красный учебник лежал между зелёным учебником и учебником по математике. Какого цвета каждый учебник?

Ответ: учебник по географии - красный, учебник по математике - жёлтый, учебник по информатике - синий, учебник по биологии - зелёный. (Учебник по математике не синего цвета. Но он и не зелёный, и не красный, так как красный учебник лежит между зелёным учебником и учебником по математике. Значит, учебник по математике - жёлтый.

Тогда учебник по географии не синий, не зелёный и не жёлтый. Значит, он красный.

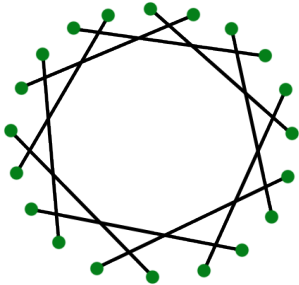
Учебник по информатике не красный, не жёлтый и не зелёный. Значит, он синий.

Получается, что учебник по биологии - зелёный.)

5. В Двадцатом королевстве 20 городов. Между некоторыми городами построены прямые дороги. Никакие три города не соединены одной и той же прямой дорогой. Всего в королевстве 10 прямых дорог, каждая дорога пересекается ровно с четырьмя другими дорогами, причём по этим дорогам из любого города можно проехать в каждый из остальных, возможно, сворачивая на перекрёстках с одной дороги на другую. Нарисуйте, как может выглядеть карта дорог в Двадцатом королевстве.

Замечание: Достаточно привести один пример.

Ответ: Например, так:



6. Под каждый куст смородины нужно вылить ровно 12 литров воды. У ПрограМиши есть 10 бочек с водой. Когда ПрограМиша полил несколько кустов, в каждой бочке осталось целое число литров воды, причём во всех бочках разное, ни в одной бочке уже не хватило бы воды ни на один куст, но и пустых бочек не было. Если всю оставшуюся воду слить вместе, то её в точности хватит ещё на несколько кустов смородины. Сколько литров воды осталось в каждой из бочек после ПрограМишиного полива?





Ответ: 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11. (Так как в каждой бочке осталось целое число литров меньше 12-ти, то в каждой бочке могло остаться 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 литров воды. Во всех бочках осталось разное число литров, но от 1 до 11 чисел 11 штук, а бочек 10. Значит, одно из чисел лишнее. Определим его.

Сумма всех чисел от 1 до 11 равна $1+2+3+\dots+11=66$. Общее количество оставшейся воды должно быть таким, чтобы его можно было поделить на несколько кустов по 12 литров на каждый куст. Ближайшее к 66-ти число, которое меньше его и делится на 12 - это 60. Тогда лишнее слагаемое в сумме - это $66-60=6$. Если убрать из суммы любое другое слагаемое, сумма не будет делиться на 12.

Значит, остатки в бочках - это 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10 и 11 литров.)

7. При сложении двух трёхзначных чисел получилось четырёхзначное число. Известно, что все цифры в этом примере разные, а первое слагаемое меньше второго. Восстановите пропущенные цифры в примере. Найдите все варианты и объясните, почему других нет.

$$\begin{array}{r} \square \square 8 \square \\ + \square \square \square 9 \\ \hline \square \square 5 \square \end{array}$$

Ответ:

$$\begin{array}{r} \square 2 \square 8 \square 4 \\ + \square 7 \square 6 \square 9 \\ \hline \square 1 \square 0 \square 5 \square 3 \end{array}$$

. (Заметим, что в примере участвует ровно 10 цифр, и все они должны быть разные. Значит, должны встречаться все цифры от 0 до 9, каждая по одному разу.

Так как получается 4-значное число, то первая цифра суммы - 1.

Посмотрим на разряд единиц. Если в первом слагаемом стоит 0, то сумма $9+0=9$ - цифра 9 повторится. Значит, там стоит не 0, а это значит, что сумма $9+?$ будет точно не меньше 10, то есть будет переход одного десятка в следующий разряд.

Посмотрим на десятки. Получается, что в сумме $8+?$ нужно получить не цифру 5, а цифру 4. А так как $4 < 8$, то $8+?=14$, то есть $?=14-8=6$.

Также заметим, что цифра 0 может стоять только на второй позиции суммы. Действительно, первой цифрой она быть нигде не может. Последней в первом слагаемом 0 тоже не стоит, как мы выяснили ранее. А последней цифрой суммы 0 не может быть, так как его можно получить только в результате сложения $9+1$, но цифра 1 уже есть.





Итак, мы уже определили следующие цифры:

$$\begin{array}{r} \square 8 \square \\ + \square 6 9 \\ \hline 1 \square 0 5 \square \end{array}$$

Осталось четыре пустых позиции, а неиспользованные цифры - это 2, 3, 4, 7.

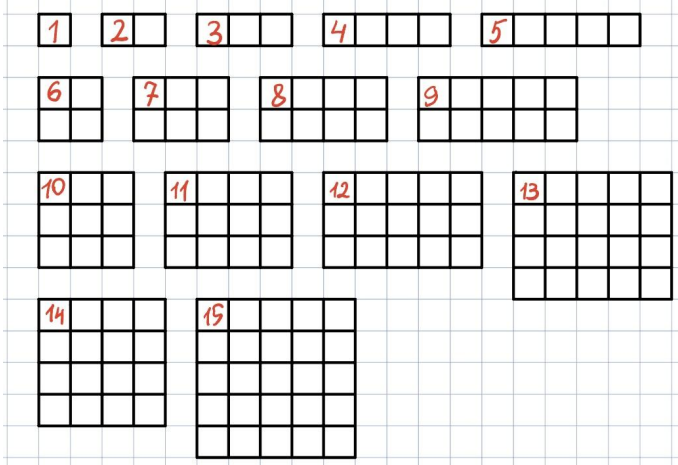
В разряде сотен должны стоять две цифры, сумма которых равна 9 (так как из разряда десятков переходит 1, а всего в сумме должно быть 10). Сумму 9 можно получить только как 2+7. А поскольку первое слагаемое должно быть меньше второго, то 2 ставим в первое слагаемое, а 7 - во второе. Остались цифры 3 и 4, которые нужно правильно расставить в разряде единиц.

В итоге получаем такой пример:

$$\begin{array}{r} 2 8 4 \\ + 7 6 9 \\ \hline 1 0 5 3 \end{array}$$

)

8. У МатеМаши есть набор из 15-ти прямоугольников разных размеров. Из них МатеМаша сложила квадрат максимально возможного размера, и два прямоугольника оказались лишними. Какие два прямоугольника могли остаться? Найдите все варианты и объясните, почему других нет.



Ответ: 3 и 14, 9 и 10, 4 и 12, 6 и 12. (Общая площадь всех прямоугольников из набора равна 140 клеток. Ближайшее число, которое может быть площадью квадрата - 121 клетка (квадрат 11x11 клеток). Значит, МатеМаша сложила квадрат со стороной 11 клеток (его сложить можно - ниже будут примеры). «Лишних» клеток получается 140-121=19. Площадь в 19 клеток из имеющихся



прямоугольников можно получить только такими способами:

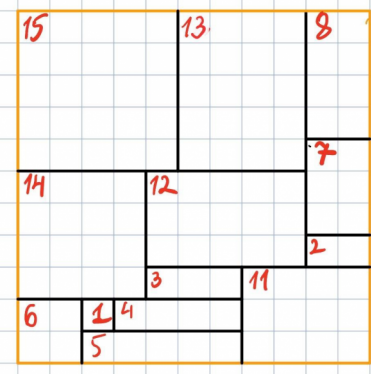
10+9 (9-й и 10-й прямоугольники);

15+4 (12-й и либо 6-й, либо 4-й прямоугольники);

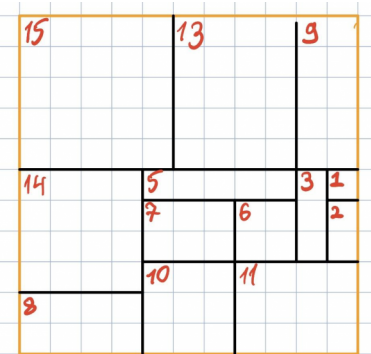
16+3 (3-й и 14-й прямоугольники).

Все эти пары прямоугольников могли остаться лишними. Покажем, как сложить квадрат без этих прямоугольников.

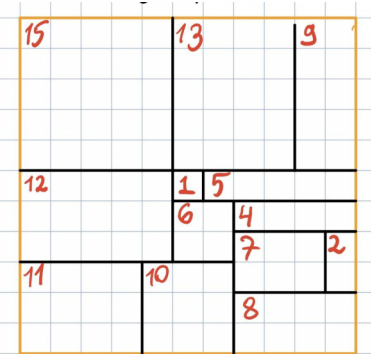
Без 9 и 10:



Без 12 и 4:



Без 14 и 3:



Без 6 и 12:





15		13		9
14		11		10
		7	4	
8		5	3	1
				2

)

