



I ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА по математике

1-4 класс
Санкт-Петербургский губернаторский физико-математический лицей №30



Тур_3 - 2 класс - решения

1. Уроки в школе начинаются в 08:55 и длятся 40 минут. Перемена длится 15 минут. Ровно в середине второго урока ПрограМиша вышел к доске. В какое время это произошло? Замечание: В ответе укажите время в формате 44:ММ.

Ответ: 10:10. (Первый урок начался в 08:55, а закончился через 40 минут - в 09:35. Второй урок начался ещё через 15 минут - в 09:50. Половина урока - это 20 минут. Значит, ПрограМиша вышел к доске через 20 минут после начала второго урока - в 10:10.)

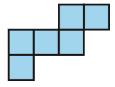
2. Если выписать в ряд числа от 3 до 9 (без пробелов и запятых), то на центральном месте будет стоять цифра 6. Какая цифра будет стоять на центральном месте, если выписать в ряд числа от 3 до 18?

Замечание: В ответе укажите только цифру.

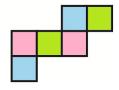
Ответ: 2. (Всего чисел будет выписано 16, из них 7 однозначных и 9 двузначных. Значит, цифр получится 7+18=25. Значит, от центральной цифры будет по 12 цифр справа и слева, то есть она будет 13-я от начала. Это будет цифра 2 - вторая цифра числа 12.)

3. Расставьте числа 10, 15, 17, 18, 20, 25 в квадратики на развертке кубика, чтобы после склеивания на противоположных гранях кубика суммы чисел были одинаковые.

Замечание: Достаточно привести один пример.



Ответ: После склеивания кубика противоположными станут грани, которые покрашены одинаковым цветом:



Из чисел 10, 15, 17, 18, 20, 25 одинаковые суммы можно получить так: 10+25=15+20=17+18=35. Значит, числа можно расставить, например, так: на розовые грани 10 и 25, на зелёные - 15 и 20, на голубые - 17 и 18.











1-4 класс Санкт-Петербургский губернаторский физико-математический лицей №30



4. В вазе стоят 5 цветков: астра, хризантема, гладиолус, цинния и роза. Среди них 2 розовых цветка, 2 белых и 1 красный. Роза и цинния разного цвета, хризантема и гладиолус одинакового цвета, астра не розовая, а роза не красная. Определите цвет каждого цветка.

Ответ: хризантема и гладиолус - розовые, астра и роза - белые, цинния - красная. (Хризантема и гладиолус одинакового цвета. Значит, они оба белые или оба розовые. Пусть они белые. Но тогда астра красная, так как она не розовая. Но тогда для розы и циннии остаётся только розовый цвет, а они должны быть разного цвета.

Значит, хризантема и гладиолус не белые, а розовые. Тогда роза белая, потому что она не красная. А так как роза и цинния разного цвета, то цинния - красная. И для астры остался белый цвет. В этом случае все условия задачи выполняются.)

5. В зоологическом саду живут тигры, львы, пантеры и леопарды - всего 30 животных. У директора есть список, в котором в первом столбике записаны клички животных, а во втором столбике рядом с каждым животным написан его вид: "тигр", "лев", "пантера" или "леопард". Оказалось, что во втором столбике буква А встречается 23 раза, буква Т - 18 раз, буква Р - 25 раз. Сколько животных каждого вида в зоологическом саду?

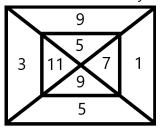
Ответ: тигров 10, львов 5, пантер 8, леопардов 7. (Буква Р есть во всех словах, кроме ЛЕВ, причём по одному разу. Значит, тигров, пантер и леопардов вместе 25, а львов 30-25=5.

Буква Т есть в словах ТИГР и ПАНТЕРА, причём по одному разу. Значит, тигров и пантер вместе 18. А тигров, пантер и леопардов - 25. Значит, леопардов 25-18=7.

Буква А есть в словах ЛЕОПАРД (1 штука) и ПАНТЕРА (2 штуки). Леопардов 7, значит, на всех пантер остаётся 23-7=16 букв А, по 2 буквы А на каждую пантеру. Значит, пантер 8 (8+8=16). Осталось выяснить, сколько тигров. Их 30-5-7-8=10.)

6. Спецагент Джеймс Бонд стреляет по мишени, которая разделена на несколько участков. Он делает 3 выстрела. Если хотя бы один из выстрелов мимо мишени, то он получает 0 очков. Если Бонд попадает хотя бы двумя выстрелами в два соседних участка или в один и тот же участок, он тоже получает 0 очков. В остальных случаях он получает сумму очков на участках, в которые он попал. Сколько различных ненулевых результатов может получить Джеймс Бонд?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



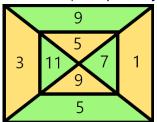


VII ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА









Какие бы два участка зелёного цвета мы не выбрали, все жёлтые будут соседними с каким-то выбранным. Значит, если два попадания Бонда были в зелёные участки, то и третье попадание должно быть в зелёный участок. То же самое и с жёлтыми участками. Таким образом, чтобы получить ненулевой результат, Бонд должен был все три раза попасть в участки одного цвета.

Теперь перечислим все возможные суммы трёх чисел на зелёных участках:

11+7+9=27 (кроме числа 5),

5+9+7=21 (кроме числа 11),

5+9+11=25 (кроме числа 7),

11+7+5=23 (кроме числа 9).

Все возможные суммы трёх чисел на жёлтых участках:

1+5+9=15 (кроме числа 3),

1+5+3=9 (кроме числа 9),

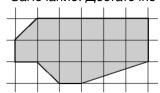
1+9+3=13 (кроме числа 5),

5+9+3=17 (кроме числа 1).

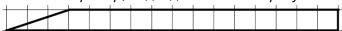
Итого получается 8 различных ненулевых результатов.)

7. Нарисуйте на клетчатой бумаге четырёхугольник с вершинами в узлах сетки, который занимает в точности столько же клеточек, сколько и изображённая фигура.

Замечание: Достаточно привести один пример.



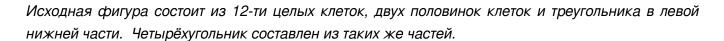
Ответ: Например, подойдёт такой четырёхугольник:



Разобьём исходную фигуру на несколько частей и убедимся, что четырёхугольник можно составить из таких же частей:







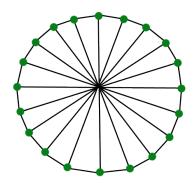
Тур_3 - 2 класс

8. В математическом кружке занимается 20 человек. Некоторые из них дружат друг с другом (дружба всегда взаимна). Известно, что если любые 2 человека заболеют и не придут на занятие, то остальных всегда можно рассадить за 9 парт по двое так, чтобы соседи по парте были друзьями. Какое наименьшее количество дружеских связей может быть в этом кружке?

Замечание: Дружба между двумя людьми - это одна дружеская связь. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 30. (Ясно, что у каждого человека должно быть в кружке не менее 3-х друзей. Иначе, если друзей меньше (0, 1 или 2), то все друзья этого человека могут заболеть, и его не с кем будет посадить. Значит, у каждого человека в кружке минимум 3 дружеские связи. А 20 раз по 3 - это 60. Но при этом каждая дружеская связь посчитана 2 раза - со стороны одного друга и со стороны второго. Значит, всего дружеских связей в кружке не менее чем половина от 60-ти, то есть 30 (30+30=60).

Покажем, что 30 дружеских связей может быть. Например, если дети дружат так:



В этом случае дружеских связей у всех по 3, то есть всего как раз 30.

Покажем, что если при этом заболеют любые два человека, остальных можно будет разбить на пары друзей и посадить за парты. Рассмотрим сначала одного из двух заболевших и пронумеруем детей по кругу, начиная со следующего после заболевшего. Тогда этот заболевший будет №20.



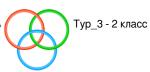


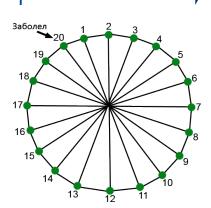


VII ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике 1-4 класс

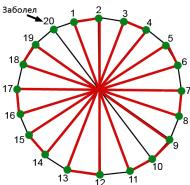
1-4 класс
Санкт-Петербургский губернаторский физико-математический лицей №30





Теперь сделаем такую цепочку из друзей:

1-2-12-13-3-4-14-15-5-6-16-17-7-8-18-19-9-10-11-1.



Цепочка прошла через всех ребят по одному разу и завершилась снова на ребёнке №1. Получилось, что если заболеет один любой человек, то из остальных всегда можно сделать замкнутый круг с дружескими связями. А из замкнутого круга всегда можно удалить любого одного человека (второго заболевшего), чтобы из остальных получалась "цепочка" из друзей, в которой 18 человек. Их всегда можно разбить на пары друзей и посадить за парты.)