

Тур_1 - 3 класс - решения

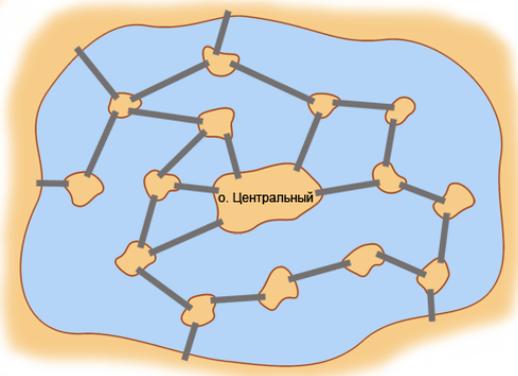
1. В Изумрудном городе живёт 100 коротышек. Все они платят в казну налог изумрудами - по 1 изумруду с коротышки. Город делится на два района: Восточный и Западный, в которых живёт поровну коротышек. Мэр города приказал увеличить налог для жителей Западного района в 3 раза, а для жителей Восточного - в 2 раза. Сколько изумрудов поступит в казну после очередного сбора налога со всех жителей?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

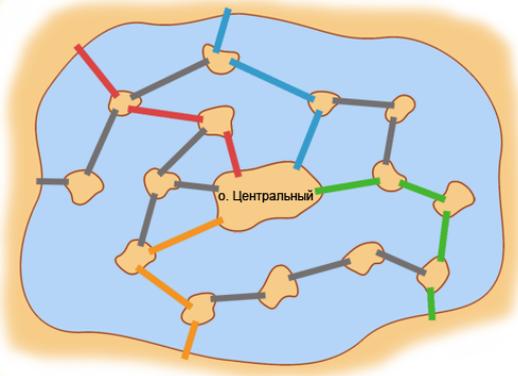
Ответ: 250. (В каждой части города живёт поровну коротышек, то есть по 50 коротышек в Западном и Восточном районах. Коротышки из Западного района должны будут заплатить $50+50+50=150$ изумрудов. А жители Восточного района - $50+50=100$ изумрудов. Итого в казну поступит $150+100=250$ изумрудов.)

2. В озере есть большой остров Центральный и ещё 14 небольших островов. Некоторые острова соединены между собой и с берегом озера мостами. Какое наименьшее количество мостов нужно перекрыть, чтобы нельзя было перебраться с берега озера на остров Центральный?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

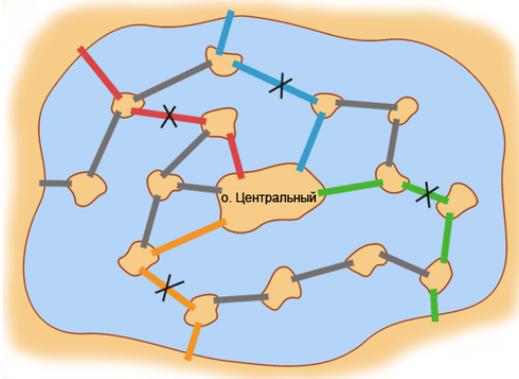


Ответ: 4. (Выделим разными цветами, например, такие четыре пути:

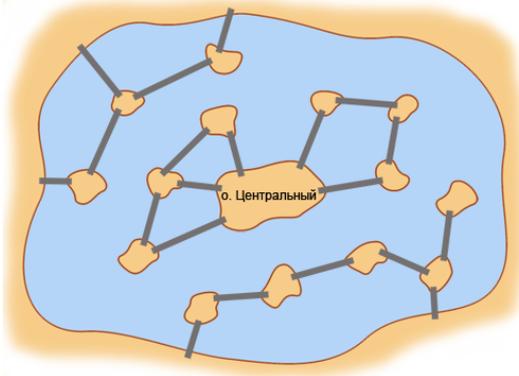


Нужно перекрыть хотя бы по одному мосту в каждом из этих путей. Так как в этих четырёх путях нет общих мостов, то нужно перекрыть не меньше 4-х мостов.

А 4-х мостов достаточно. Например, можно перекрыть такие 4 моста:



Без этих мостов схема будет такая:



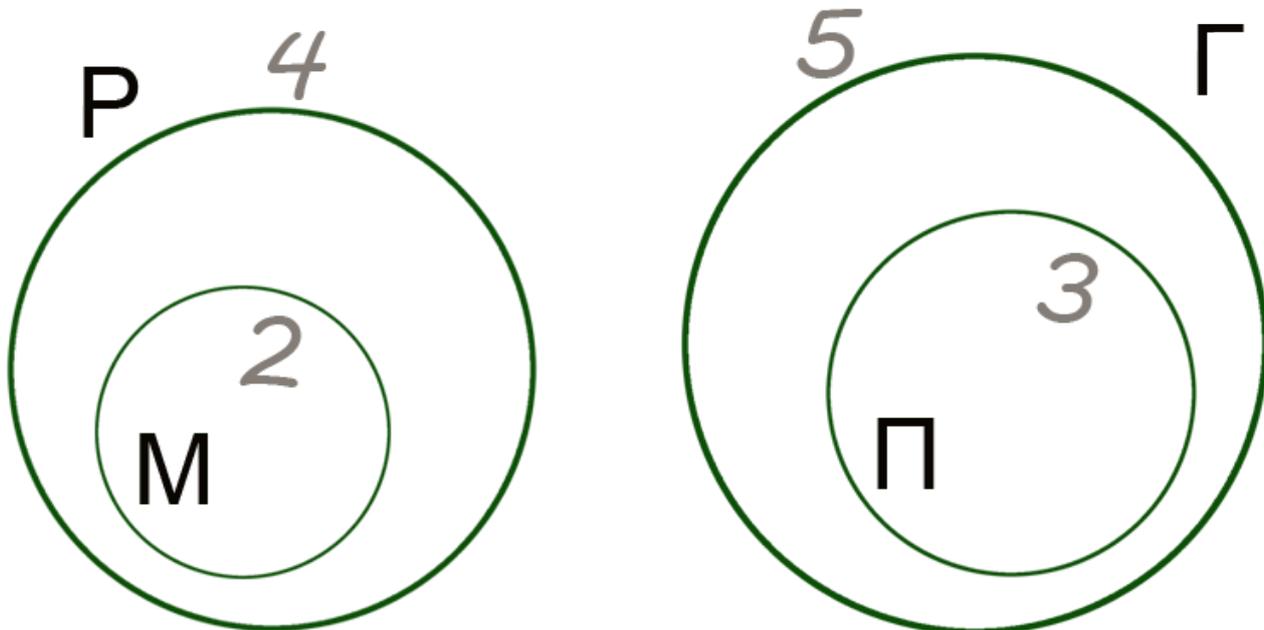
Видно, что все острова разделились на четыре группы, никак не связанные между собой. Две из них никак не соединены с берегом озера, а другие две - с островом "Центральным.)

3. В старшей группе детского сада 15 человек. Манную кашу любят 2 человека, пшеничную - 3 человека, рисовую - 4, а гречневую - 5. Все, кто любит манную кашу, любят и рисовую. Все, кто любит пшеничную кашу, любят и гречневую. А все, кто любит гречневую кашу, не любят рисовую. Сколько человек в группе не любит ни одну из этих каш?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 6. (Все, кто любит манную кашу, любят и рисовую. Значит, 2 человека, которые любят манную кашу, входят в те 4, которые любят рисовую. Все, кто любит пшеничную кашу, любят и гречневую. Значит, 3 человека, которые любят пшеничную кашу, входят в те 5, которые любят гречневую.

А вот 4 человека, которые любят рисовую кашу, и 5, которые любят гречневую - это разные дети, потому что все, кто любит гречневую кашу, не любят рисовую.

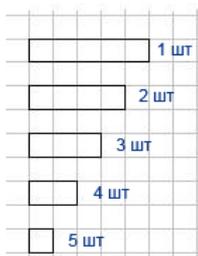


Значит, любителей каши в группе $4+5=9$. А ни одну из каш не любят $15-9=6$ человек.)

4. У ПрограМиши есть нестандартный набор кораблей для игры в “Морской бой”: 1 корабль “пятипалубный”, 2 корабля - “четырёхпалубные”, 3 - “трёхпалубные”, 4 - “двухпалубные” и 5 - “однопалубных”. На квадратном поле какого наименьшего размера он сможет разместить все имеющиеся корабли, если следовать правилу игры для расстановки кораблей?

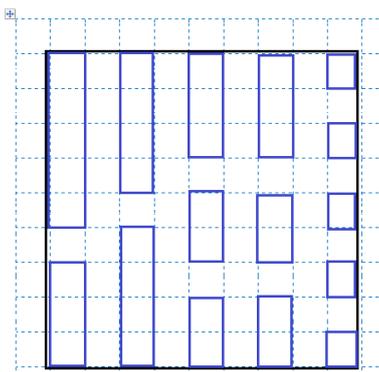
Замечание: По правилам, два корабля не должны соприкасаться - ни стороной, ни углом.

- 5x5;
- 6x6;
- 7x7;
- 8x8;
- 9x9;
- 10x10;
- 11x11;
- 12x12.



Ответ: 9x9. (На поле 9x9 корабли могут поместиться, например, так:





Покажем, что на поле 8×8 корабли разместить нельзя. Допустим, что корабли разместить удалось. Разобьём квадрат 8×8 на квадратики 2×2 - 4 ряда по 4 квадрата. Таких квадратиков получилось 16. Ясно, что в одном квадратике 2×2 не может быть занято кораблями 3 или более клеток - один корабль может занимать только клетки на одной прямой линии, а два корабля не могут соприкоснуться. Значит, в каждом таком квадрате обязательно должно быть свободно минимум 2 клетки. Значит, всего должно остаться свободными минимум 16 раз по 2, то есть минимум 32 клетки. А всего в квадрате 8×8 64 клетки. Значит, корабли могут занимать максимум $64 - 32 = 32$ клетки. Но корабли занимают $5 + 4 + 4 + 3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 35$ клеток.

Значит, на поле 8×8 все корабли не разместить. Из этого следует, что и на меньшем поле их не разместить - иначе можно было бы выделить в квадрате 8×8 меньшее поле, разместить на нём корабли, и они поместились бы и на поле 8×8 .)

5. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды собрались 4 жителя острова.

Первый сказал: "Среди нас ровно 2 лжеца".

Второй сказал: "Среди нас ровно 3 лжеца".

Третий сказал: "Мы все лжецы".

Четвёртый сказал: "Нет, хотя бы один рыцарь среди нас есть".

Кто из этих четверых лжецы?

Первый;

второй;

третий;

четвёртый;

никто, все четверо рыцари.

Ответ: второй, третий. (Посмотрим на фразу третьего островитянина. "Мы все лжецы" не мог сказать рыцарь. Значит, третий точно лжец.

Тогда его фраза - ложь, то есть не все четверо лжецы. А значит, фраза четвёртого "хотя бы один рыцарь среди нас есть" - правда. Это означает, что четвёртый сказал правду, то есть он точно





рыцарь.

Осталось выяснить, кем являются первый и второй.

Второй не может быть рыцарем. Действительно, мы уже знаем, что четвёртый точно рыцарь. Получается, что второй утверждает, что все, кроме четвёртого - лжецы. Но рыцарь не может это сказать. Значит, второй - лжец.

Итак, второй и третий - лжецы, а четвёртый рыцарь. Остался первый. Если первый лжец, то лжецов трое, то есть фраза второго - правда. Но второй лжец, он не мог сказать правду.

Получается, что первый может быть только рыцарем. Получаем, что первый и четвёртый - рыцари, а второй и третий - лжецы. И тогда фразы первого и четвёртого действительно истинны, а фразы второго и третьего - ложны.)

6. На планете Эть в неделе 8 дней: Ать, Еть, Ить, Отъ, Уть, Ыть, Ють, Ять (именно в таком порядке). А в месяце всегда 40 или 41 день, причём такие месяцы чередуются: в чётных месяцах чётное количество дней, а в нечётных - нечётное. В году 14 месяцев, называются они по номерам: 1-й, 2-й, 3-й, и так далее. Однажды первое число 1-го месяца выпало на Ать. Какие месяцы этого года будут начинаться с Ыть?

- 2-й;
- 3-й;
- 4-й;
- 5-й;
- 6-й;
- 7-й;
- 8-й;
- 9-й;
- 10-й;
- 11-й;
- 12-й;
- 13-й;
- 14-й;
- ни один из месяцев не будет начинаться с Ыть.

Ответ: 10, 11. (В 1-м месяце 41 день - это полные 5 недель и ещё 1 день. Значит, первое число 2-го месяца выпадет на Еть.

Во 2-м месяце 40 дней, это полные 5 недель, поэтому в 3-м месяце первое число снова выпадет на Еть.

В 3-м месяце снова 5 недель и 1 день, то есть первое число 4-го месяца выпадет на Ить. А в 4-м месяце ровно 5 недель, и 5-й снова начнётся с Ить.

И так далее:





в 6-м и 7-м месяцах первое число выпадет на *Оть*;

в 8-м и 9-м - на *Уть*;

в 10-м и 11-м - на *Ыть*;

в 12-м и 13-м - на *Ють*;

в 13-м - на *Ять*;

Значит, только 10-й и 11-й месяцы того же года будут начинаться с *Ыть*.)

7. ПрограМиша решил составить “магический квадрат”. Ему нужно расставить в клетках квадрата 3 на 3 числа от 2 до 10 (каждое по одному разу), чтобы суммы чисел во всех столбцах, всех строках и двух самых длинных диагоналях были одинаковые. На рисунке показано, куда ПрограМиша поставил числа 8 и 9. Какое число будет стоять в клетке со знаком вопроса?

- 2;
- 3;
- 4;
- 5;
- 6;
- 7;
- 10;
- ПрограМиша не сможет так расставить числа.

	8	
		?
9		

Ответ: 10. (Посчитаем сумму всех чисел, которые нужно поставить: $2+3+4+5+6+7+8+9+10=54$. Значит, в каждой строке сумма должна быть равна 18 ($18+18+18=54$).

Покажем, что в центральную клетку можно поставить только число 6. Если туда поставить 5 или меньше, то некуда будет поставить число 2, так как $2+5=7$, и сумму 18 в ряду с числами 2 и 5 не получить. Если же туда поставить 7 или больше, то некуда будет поставить 10, так как $10+7=17$, и сумму 18 тоже в этом ряду не получить.

Значит, в центре должно стоять число 6. А тогда можно поставить числа в средней клетке нижнего ряда ($18-6-8=4$) и правой клетке верхнего ряда ($18-6-9=3$). После этого можно определить и остальные числа:

7	8	3
2	6	10
9	4	5





В итоге в клетке со знаком вопроса получилось число 10.)

8. МатеМаша взяла две ленты одинаковой длины: жёлтую и зелёную. Жёлтую ленту она разрежала на одинаковые кусочки, и кусочков получилось больше 23. Зелёную ленту МатеМаша тоже разрежала на одинаковые кусочки, но не на такие же, как у жёлтой ленты. Оказалось, что суммарная длина 6 жёлтых кусочков такая же, как суммарная длина 13 зелёных кусочков. Какое наименьшее число кусочков могло получиться суммарно из двух лент?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 76. (Жёлтых кусочков больше 23, то есть минимум 24 - это 4 раза по 6. Каждые 6 жёлтых кусочка равны 13 зелёным кусочкам. Значит, зелёных кусочков минимум $13 \cdot 4 = 52$. При этом ровно 24 жёлтых кусочка и 52 зелёных могло быть - в этом случае все условия задачи выполняются. Значит, $24 + 52 = 76$ - наименьшее число кусочков, которое могло получиться.)

9. МатеМаша шифрует слова, заменяя каждую букву её номером в алфавите. Например, слово ОВАЛ зашифруется как 163113. Будем считать "словом" любую последовательность букв (например, АБВ считаем "словом"). Некоторые различные "слова" могут давать одинаковую последовательность цифр. Сколько различных "слов" зашифруется как 11223344?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 13. (Всего в алфавите 33 буквы. Значит, последние две четвёрки могут означать только ГГ (букв с номерами 34 и 44 нет).

Рассмотрим, какие буквы могут шифроваться как 112233. Одна буква может шифроваться одной или двумя цифрами. Перечислим буквы, которые можно получить из имеющихся комбинаций:

1=А, 2=Б, 3=В, 11=Й, 12=К, 22=Ф, 23=Х, 33=Я.

Перечислим все варианты, как число 112233 можно разбить на группы по 1 и 2 цифры, и запишем "слова", которые будут получаться. В конце везде будем дописывать 4, 4, которые означают ГГ.

1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4 - ААББВВГГ

11, 2, 2, 3, 3, 4, 4 - ЙББВВГГ

1, 12, 2, 3, 3, 4, 4 - АКБВВГГ

1, 1, 22, 3, 3, 4, 4 - ААФВВГГ

1, 1, 2, 23, 3, 4, 4 - ААБХВГГ

1, 1, 2, 2, 33, 4, 4 - ААББЯГГ

11, 22, 3, 3, 4, 4 - ЙФВВГГ

11, 2, 23, 3, 4, 4 - ЙБХВГГ

11, 2, 2, 33, 4, 4 - ЙББЯГГ

1, 12, 23, 3, 4, 4 - АКХВГГ





1, 12, 2, 33, 4, 4 - АКБЯГГ
1, 1, 22, 33, 4, 4 - ААФЯГГ
11, 22, 33, 4, 4 - ЙФЯГГ
Всего получается 13 "слов".)

10. Буквами А, Б, В, Г, Д и Е зашифрованы цифры (разными буквами зашифрованы разные цифры). Известно, что $A+B=G$, $B+V=D$, $G+D=E$. Чему может быть равна сумма $G+E$?
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 11, 12, 13, 14, 15. (Ясно, что ни одна из букв не 0, так как иначе какие-то из букв были бы равны, а, по условию, разные буквы - это разные цифры.)

Тогда $G=A+B$ не меньше чем $1+2=3$. Но тогда D не больше 6, так как $G+D=E$, а E не больше 9.

Итак, G не больше 6, а E не больше 9, значит, $G+E$ не больше чем $6+9=15$.

Оценим наименьшее возможное значение $G+E$. G не меньше 3, а $E=G+D=A+B+B+V$ - это не меньше чем $1+1+2+3=7$. Значит, $G+E$ не меньше чем $3+7=10$.

Посмотрим, может ли $G+E$ быть равно 10. Пусть $G+E=10$. Это может быть только в случае, когда $G=3$, а $E=7$. Заметим, что $E=7$ только при условии, что $E=1+1+2+3$, то есть B - это 1, а A и V - это 2 и 3 в каком-то порядке. Но тогда $G=3$ и какая-то из цифр A и V тоже 3, а такого быть не может. Значит, $G+E=10$ не может быть.

Таким образом, $G+E$ может быть только в пределах от 11 до 15. А все эти варианты возможны. Например, так:

$A=2$, $B=1$, $V=4$ тогда $G=3$, $D=5$, $E=8$, и тогда $G+E=3+8=11$;

$A=1$, $B=2$, $V=4$ тогда $G=3$, $D=6$, $E=9$, и тогда $G+E=3+9=12$;

$A=1$, $B=3$, $V=2$ тогда $G=4$, $D=5$, $E=9$, и тогда $G+E=4+9=13$;

$A=2$, $B=3$, $V=1$ тогда $G=5$, $D=4$, $E=9$, и тогда $G+E=5+9=14$;

$A=4$, $B=2$, $V=1$ тогда $G=6$, $D=3$, $E=9$, и тогда $G+E=6+9=15$.)

