



VI ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Typ_1 - 2 класс

Typ_1 - 2 класс - решения

1. Программиша склеивает маленький кубик за 3 минуты, а большой кубик - за 4 минуты. На изготовление всех кубиков он потратил 13 минут. Сколько кубиков мог склеить Программиша за это время?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 4. (Только на маленькие кубики 13 минут потратить нельзя - $13=3+3+3+3=1$, то есть можно успеть склеить 4 маленьких кубика, но 1 минута останется. Значит, большие кубики точно были.

На 4 больших кубика нужно $4+4+4+4=16$ минут. Значит, Программиша мог склеить не больше 3-х больших кубиков.

На 3 больших кубика нужно $4+4+4=12$ минут, остаётся $13-12=1$ минута - за это время кубиков не склеить.

На 2 больших кубика нужно $4+4=8$ минут, остаётся $13-8=5$ минут - за это время можно склеить только 1 маленький кубик, и останется ещё 2 минуты. Не подходит.

На 1 большой кубик нужно 4 минуты, остаётся $13-4=9$ минут - за это время можно склеить 3 маленьких кубика ($3+3+3=9$). Этот вариант подходит, и всего получается $1+3=4$ кубика.)

2. Матемаша написала на листе бумаги слово ОЛИМПИАДА, а затем вырезала эти буквы. Она резала строго по чёрным контурам букв, и больше нигде. Сколько кусков бумаги (считая сами буквы) у неё получилось из этого листа после вырезания?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

ОЛИМПИАДА

Ответ: 14. (Будет 9 букв - это 9 кусочков листа. Также отдельными кусочками будут части листа внутри букв О, А, Д и А - это ещё 4 кусочка. Ещё 1 кусок - остатки листа вокруг букв. Итого получается $9+4+1=14$ кусков.)

3. В старшей группе детского сада 15 человек. Манную кашу любят 2 человека, пшеничную - 3 человека, рисовую - 4, а гречневую - 5. Все, кто любит манную кашу, любят и рисовую. Все, кто любит пшеничную кашу, любят и гречневую. А все, кто любит гречневую кашу, не любят рисовую. Сколько человек в группе не любят ни одну из этих каш?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 6. (Все, кто любит манную кашу, любят и рисовую. Значит, 2 человека, которые любят манную кашу, входят в те 4, которые любят рисовую. Все, кто любит пшеничную кашу, любят и





VI ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

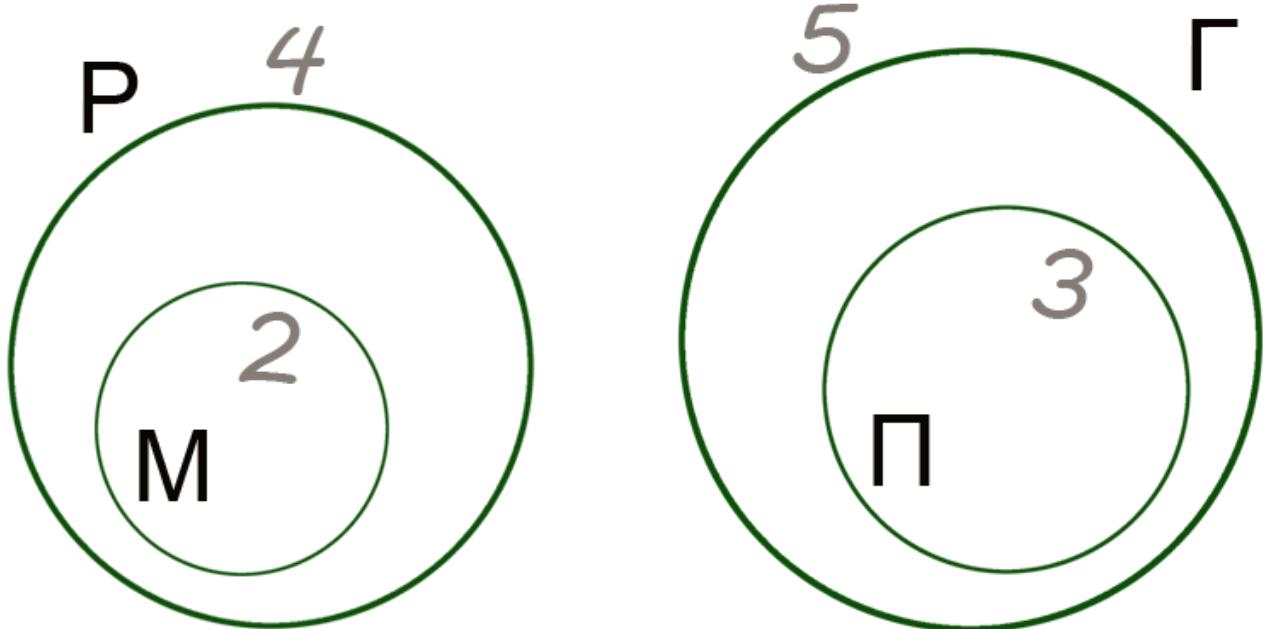
Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30

Typ_1 - 2 класс



гречневую. Значит, 3 человека, которые любят пшеничную кашу, входят в те 5, которые любят гречневую.

А вот 4 человека, которые любят рисовую кашу, и 5, которые любят гречневую - это разные дети, потому что все, кто любит гречневую кашу, не любят рисовую.



Значит, любителей каши в группе $4+5=9$. А ни одну из каши не любят $15-9=6$ человек.)

4. У Программиши есть нестандартный набор кораблей для игры в "Морской бой": 1 корабль "пятипалубный", 2 корабля - "четырёхпалубные", 3 - "трёхпалубные", 4 - "двухпалубные" и 5 - "однопалубных". На квадратном поле какого наименьшего размера он сможет разместить все имеющиеся корабли, если следовать правилу игры для расстановки кораблей?

Замечание: По правилам, два корабля не должны соприкасаться - ни стороной, ни углом.

- 5x5;
- 6x6;
- 7x7;
- 8x8;
- 9x9;
- 10x10;
- 11x11;
- 12x12.





VI ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

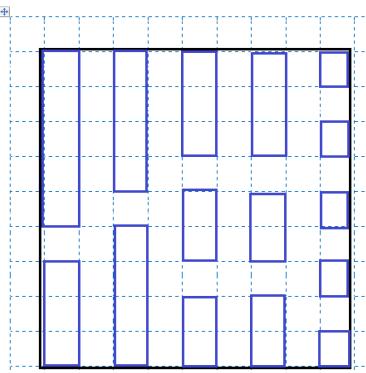
Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30

Тур_1 - 2 класс



<input type="checkbox"/>	1 шт
<input type="checkbox"/>	2 шт
<input type="checkbox"/>	3 шт
<input type="checkbox"/>	4 шт
<input type="checkbox"/>	5 шт

Ответ: 9x9. (На поле 9x9 корабли могут поместиться, например, так:



Покажем, что на поле 8x8 корабли разместить нельзя. Допустим, что корабли разместить удалось. Разобьём квадрат 8x8 на квадратики 2x2 - 4 ряда по 4 квадратика. Таких квадратиков получилось 16. Ясно, что в одном квадратике 2x2 не может быть занято кораблями 3 или более клеток - один корабль может занимать только клетки на одной прямой линии, а два корабля не могут соприкасаться. Значит, в каждом таком квадрате обязательно должно быть свободно минимум 2 клетки. Значит, всего должно остаться свободными минимум 16 раз по 2, то есть минимум 32 клетки. А всего в квадрате 8x8 64 клетки. Значит, корабли могут занимать максимум $64-32=32$ клетки. Но корабли занимают $5+4+4+3+3+3+2+2+2+2+1+1+1+1+1=35$ клеток.

Значит, на поле 8x8 все корабли не разместить. Из этого следует, что и на меньшем поле их не разместить - иначе можно было бы выделить в квадрате 8x8 меньшее поле, разместить на нём корабли, и они поместились бы и на поле 8x8.)

5. МатеМаша наклеила в каком-то порядке 7 квадратных наклеек. Какие из картинок могли получиться?





VI ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

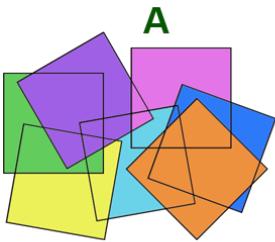
по математике

1-4 класс

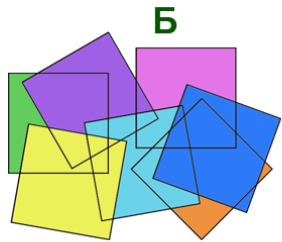
Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



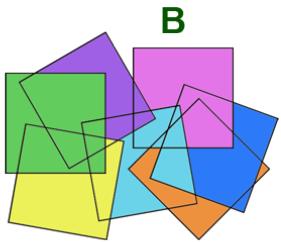
Тип_1 - 2 класс



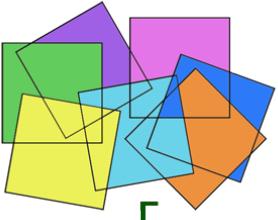
А



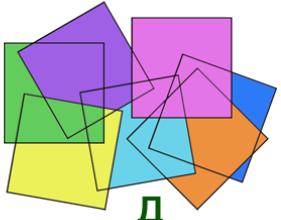
Б



В

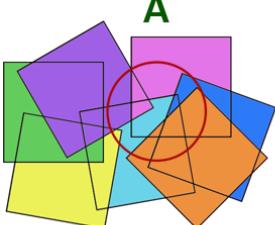


Г

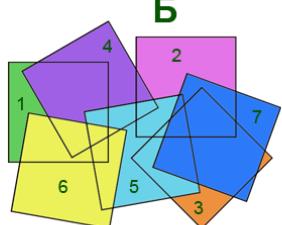


Д

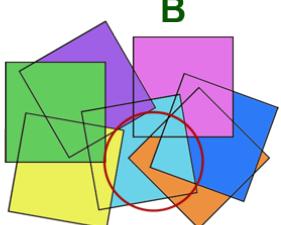
Ответ: Б. (Картина Б может получиться, если, например, сначала наклеить зелёный квадрат, потом розовый, затем оранжевый, фиолетовый, голубой, жёлтый и синий.



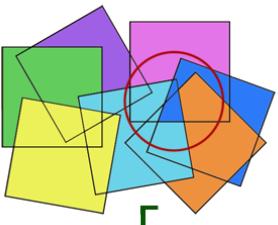
А



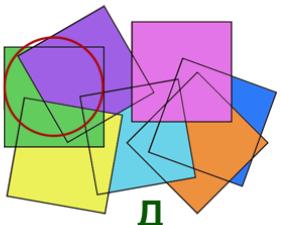
Б



В



Г



Д

Остальные картинки получиться не могут.

На картинке А конфликт у голубого и розового квадратов: голубой закрывает часть розового, а розовый - часть голубого.

На картинке В конфликт у голубого и оранжевого квадратов.

На картинке Г конфликт у синего и оранжевого квадратов.

На картинке Д конфликт у зелёного и фиолетового квадратов.)

6. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды собрались 4 жителя острова.

Первый сказал: "Среди нас ровно 2 лжеца".

Второй сказал: "Среди нас ровно 3 лжеца".

Третий сказал: "Мы все лжецы".





VI ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Тур_1 - 2 класс

Четвёртый сказал: "Нет, хотя бы один рыцарь среди нас есть".

Кто из этих четырёх лжецы?

- Первый;
- второй;
- третий;
- четвёртый;
- никто, все четверо рыцари.

Ответ: второй, третий. (Посмотрим на фразу третьего островитянина. "Мы все лжецы" не мог сказать рыцарь. Значит, третий точно лжец.

Тогда его фраза - ложь, то есть не все четверо лжецы. А значит, фраза четвёртого "хотя бы один рыцарь среди нас есть" - правда. Это означает, что четвёртый сказал правду, то есть он точно рыцарь.

Осталось выяснить, кем являются первый и второй.

Второй не может быть рыцарем. Действительно, мы уже знаем, что четвёртый точно рыцарь. Получается, что второй утверждает, что все, кроме четвёртого - лжецы. Но рыцарь не может это сказать. Значит, второй - лжец.

Итак, второй и третий - лжецы, а четвёртый рыцарь. Остался первый. Если первый лжец, то лжецов трое, то есть фраза второго - правда. Но второй лжец, он не мог сказать правду.

Получается, что первый может быть только рыцарем. Получаем, что первый и четвёртый - рыцари, а второй и третий - лжецы. И тогда фразы первого и четвёртого действительно истинны, а фразы второго и третьего - ложны.)

7. Программиша решил составить "магический квадрат". Ему нужно расставить в клетках квадрата 3 на 3 числа от 2 до 10 (каждое по одному разу), чтобы суммы чисел во всех столбцах, всех строках и двух самых длинных диагоналях были одинаковые. На рисунке показано, куда Программиша поставил числа 8 и 9. Какое число будет стоять в клетке со знаком вопроса?

- 2;
- 3;
- 4;
- 5;
- 6;
- 7;
- 10;
- Программиша не сможет так расставить числа.





VI ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30

Typ_1 - 2 класс



	8	
		?
9		

Ответ: 10. (Посчитаем сумму всех чисел, которые нужно поставить: $2+3+4+5+6+7+8+9+10=54$. Значит, в каждой строке сумма должна быть равна 18 ($18+18+18=54$).

Покажем, что в центральную клетку можно поставить только число 6. Если туда поставить 5 или меньше, то некуда будет поставить число 2, так как $2+5=7$, и сумму 18 в ряду с числами 2 и 5 не получить. Если же туда поставить 7 или больше, то некуда будет поставить 10, так как $10+7=17$, и сумму 18 тоже в этом ряду не получить.

Значит, в центре должно стоять число 6. А тогда можно поставить числа в средней клетке нижнего ряда ($18-6-8=4$) и правой клетке верхнего ряда ($18-6-9=3$). После этого можно определить и остальные числа:

7	8	3
2	6	10
9	4	5

В итоге в клетке со знаком вопроса получилось число 10.)

8. МатеМаша взяла две ленты одинаковой длины: жёлтую и зелёную. Жёлтую ленту она разрезала на одинаковые кусочки, и кусочков получилось больше 23. Зелёную ленту МатеМаша тоже разрезала на одинаковые кусочки, но не на такие же, как у жёлтой ленты. Оказалось, что суммарная длина 6 жёлтых кусочков такая же, как суммарная длина 13 зелёных кусочков. Какое наименьшее число кусочков могло получиться суммарно из двух лент?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 76. (Жёлтых кусочков больше 23, то есть минимум 24 - это 4 раза по 6. Каждые 6 жёлтых кусочка равны 13 зелёным кусочкам. Значит, зелёных кусочков минимум $13*4=52$. При этом ровно 24 жёлтых кусочка и 52 зелёных могло быть - в этом случае все условия задачи выполняются. Значит, $24+52=76$ - наименьшее число кусочков, которое могло получиться.)

9. У фермера Макдоналда есть свинья, гусь, петух, корова и коза. Он подготовил в амбаре 5 загонов, расположенных в один ряд друг за другом, и таблички с названиями животных: «свинья», «гусь», «петух», «корова» и «коза». Макдоналд хочет разместить животных в загоны (по одному в загон) так, чтобы животные, в названиях которых есть одинаковая буква, не были рядом. Сколькими





VI ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30

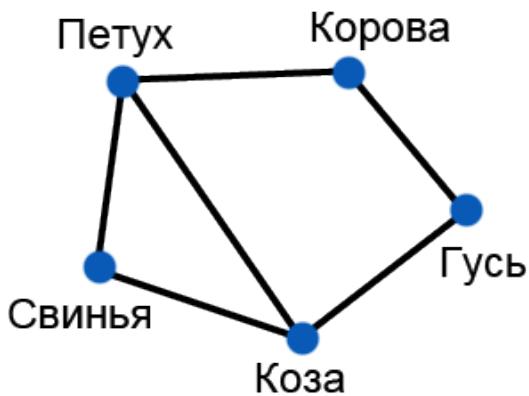


Тур_1 - 2 класс

способами он может распределить животных по загонам?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 14. (Рядом со свиньей Макдоналд может разместить козу и петуха. Рядом с гусем он может разместить корову и козу. Рядом с коровой он может разместить гуся и петуха. Рядом с козой могут быть свинья, петух и гусь. Рядом с петухом могут быть все, кроме гуся.



Посмотрим на козу и петуха. Рассмотрим случай, когда их загоны не рядом. Тогда у каждого животного осталось ровно два возможных соседа, при этом возможные соседи образуют круг - коза, гусь, корова, петух, свинья, (снова коза). Значит, расставить их по порядку можно только как они располагаются по кругу, но можно начать с любого животного в круге (5 вариантов) и пойти в любую сторону по этому кругу - итого $5+5=10$ вариантов.

Теперь рассмотрим случай, когда, наоборот, загоны козы и петуха рядом. Тогда свинья может быть только с краю, а рядом с ней кто-то из этих двух (коза или петух). Получаем 2 варианта выбрать край для свиньи (справа или слева), в каждом случае будет по 2 варианта выбрать соседа для свиньи. После этого остальных животных можно расположить однозначно. Получается $2+2=4$ варианта:

свинья, коза, петух, корова, гусь и в обратном порядке гусь, корова, петух, коза, свинья;

свинья, петух, коза, гусь, корова и в обратном порядке корова, гусь, коза, петух, свинья.

В итоге получаем $10+4=14$ вариантов.)

10. Буквами А, Б, В, Г, Д и Е зашифрованы цифры (разными буквами зашифрованы разные цифры).

Известно, что $A+B=G$, $B+V=D$, $G+D=E$. Чему может быть равна сумма $G+E$?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 11, 12, 13, 14, 15. (Ясно, что ни одна из букв не 0, так как иначе какие-то из букв были бы равны, а, по условию, разные буквы - это разные цифры.

Тогда $G=A+B$ не меньше чем $1+2=3$. Но тогда D не больше 6, так как $G+D=E$, а E не больше 9.

Итак, G не больше 6, а E не больше 9, значит, $G+E$ не больше чем $6+9=15$.





VI ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Тур_1 - 2 класс

Оценим наименьшее возможное значение $\Gamma+E$. Γ не меньше 3, а $E=\Gamma+\Delta=A+B+B+V$ - это не меньше чем $1+1+2+3=7$. Значит, $\Gamma+E$ не меньше чем $3+7=10$.

Посмотрим, может ли $\Gamma+E$ быть равно 10. Пусть $\Gamma+E=10$. Это может быть только в случае, когда $\Gamma=3$, а $E=7$. Заметим, что $E=7$ только при условии, что $E=1+1+2+3$, то есть B - это 1, а A и V - это 2 и 3 в каком-то порядке. Но тогда $\Gamma=3$ и какая-то из цифр A и V тоже 3, а такого быть не может. Значит, $\Gamma+E=10$ не может быть.

Таким образом, $\Gamma+E$ может быть только в пределах от 11 до 15. А все эти варианты возможны.

Например. так:

$A=2, B=1, V=4$ тогда $\Gamma=3, \Delta=5, E=8$, и тогда $\Gamma+E=3+8=11$;

$A=1, B=2, V=4$ тогда $\Gamma=3, \Delta=6, E=9$, и тогда $\Gamma+E=3+9=12$;

$A=1, B=3, V=2$ тогда $\Gamma=4, \Delta=5, E=9$, и тогда $\Gamma+E=4+9=13$;

$A=2, B=3, V=1$ тогда $\Gamma=5, \Delta=4, E=9$, и тогда $\Gamma+E=5+9=14$;

$A=4, B=2, V=1$ тогда $\Gamma=6, \Delta=3, E=9$, и тогда $\Gamma+E=6+9=15$.)

